

H

HOLOGRAFIA CYFROWA

Cel ćwiczenia

W tym ćwiczeniu wykonywana jest tak zwana bezsoczewkowa holografia fourierowska (lensless Fourier-transform holography), zwana też holografia kwazi-fourierowską. Jest ona odpowiednikiem klasycznej holografii transmisyjnej, z tą różnicą, że nie uzyskujemy w niej fizycznego obrazu przedmiotu (ani rzeczywistego, ani pozornego), ale odtwarzamy go metodami matematycznymi na komputerze. W czasie ćwiczenia studenci uczą się projektowania i wykonywania układów optycznych oraz zapoznają się z dziedziną tak zwaną optyki fourierowskiej.

Zagadnienia do kolokwium

1. Obowiązuje znajomość zagadnień omawianych przy holografii transmisyjnej.
2. Rozwiązane zadania nr 1 i 2 ze skróconej instrukcji do ćwiczenia Z28B.
3. Opis matematyczny holografii cyfrowej oraz plan budowy układu optycznego (patrz opis poniżej oraz [1], a dla zainteresowanych również [2-4]).

Literatura

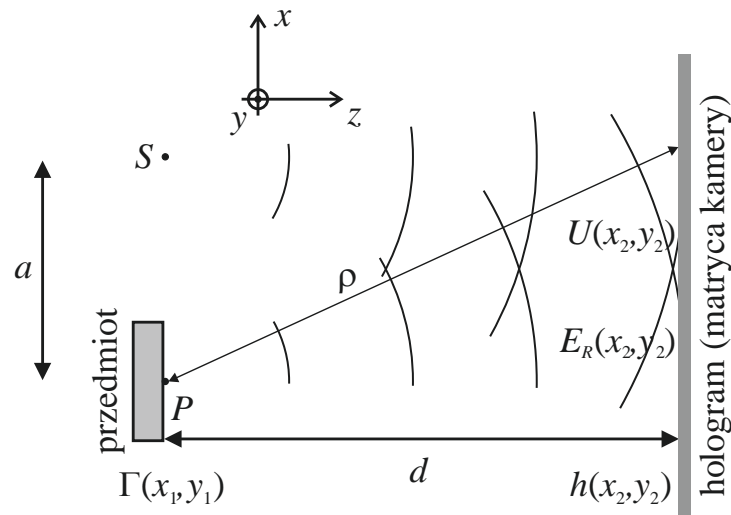
- [1] J. Mundt, T. Kreis, *Optical Engineering* **49**, 125801 (2010), *Digital holographic recording and reconstruction of large scale objects for metrology and display*,
- [2] U. Schnars, C. Falldorf, J. Watson, W. Jüptner, *Digital Holography and Wavefront Sensing Principles, Techniques and Applications*, 2015,
- [3] U. Schnars and W. Jüptner, *Applied Optics* **33**, 179 (1994), *Direct recording of holograms by a CCD target and numerical reconstruction*,
- [4] W.T. Cathey, *Optical information processing and holography*, 1974 (książka dostępna u prowadzącego T. Kawalca).

Matematyczne podstawy holografii cyfrowej

Na Rys. 1 jest przedstawiony układ do bezsoczewkowej holografii fourierowskiej, zwanej też kwazi-fourierowską. Określenie „kwazi” wynika z faktu, że na powierzchni hologramu nie pojawia się transformacja Fouriera rozkładu pola przy przedmiocie (czyli inaczej niż ma to miejsce w przypadku holografii soczewkowej, gdzie transformacji dokonuje soczewka). Można jednak pokazać rachunkowo, że przeprowadzając (odwrotną) transformację Fouriera rozkładu prążków na hologramie kwazi-fourierowskim, zrekonstruujemy rozkład pola przy przedmiocie, ale zmodyfikowany o pewien czynnik fazowy – nieistotny jednak, jeśli interesuje nas jedynie natężenie światła [4].

Rozkład natężenia prążków interferencyjnych na hologramie (matrycy kamery) jest opisany funkcją h , będącą kwadratem modułu sumy amplitud pola elektrycznego fali referencyjnej i przedmiotowej:

$$h(x_2, y_2) = |E_R(x_2, y_2) + U(x_2, y_2)|^2. \quad (1)$$



Rys. 1. Układ do rejestracji hologramu w układzie bezsoczewkowej holografii fourierowskiej: P – wybrany punkt na przedmiocie, S – źródło kulistej fali referencyjnej E_R , U – rozkład pola fali przedmiotowej na powierzchni hologramu, h – rozkład natężenia prążków interferencyjnych, Γ – rozkład pola odtwarzanego cyfrowo obrazu rzeczywistego, ρ – odległość między punktem na hologramie i punktem w płaszczyźnie rekonstrukcji obrazu rzeczywistego

W klasycznej holografii, w celu rekonstrukcji obrazu przedmiotu, oświetlamy hologram kopią wiązki referencyjnej (lub jej sprzężeniem). Pole elektryczne Γ wiązki światła, która uległa dyfrakcji na przesłonie (u nas – na hologramie), jest opisywane całką Fresnela-Kirchhoffa:

$$\Gamma(x_1, y_1) = \frac{i}{\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(x_2, y_2) E_R^*(x_2, y_2) \frac{e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}\rho}}{\rho} dx_2 dy_2, \quad (2)$$

gdzie λ to długość fali użytego lasera, a ρ jest odległością pomiędzy punktem na hologramie i punktem w płaszczyźnie rekonstrukcji obrazu:

$$\rho = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + d^2}. \quad (3)$$

Dla uproszczenia rachunków zanedbujemy odległość a między przedmiotem a pozornym źródłem S fali referencyjnej, ponieważ wpływa ona jedynie na rozsuniecie rekonstruowanych obrazów względem siebie (patrz Rys. 5). W naszym przypadku, aby odtworzyć nie zniekształcony obraz rzeczywisty w płaszczyźnie przedmiotu, oświetlamy wirtualnie hologram wiązką sprzężoną do wiązki referencyjnej – odpowiada za to człon E_R^* we wzorze (2). Znając rozkład Γ , możemy wyliczyć interesujące nas natężenie światła:

$$I(x_1, y_1) = |\Gamma(x_1, y_1)|^2. \quad (4)$$

W praktyce, przy wyliczaniu Γ , stosuje się przybliżenia. Rozwinięcie (3) w szereg Taylora daje:

$$\rho = d + \frac{(x_2 - x_1)^2}{2d} + \frac{(y_2 - y_1)^2}{2d} - \frac{1}{8} \frac{((x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2)^2}{d^3} + \dots \quad (5)$$

Czwarty składnik i następne mogą być zanedbane, jeśli zachodzi:

$$d \gg \sqrt[3]{\frac{1}{8} \frac{((x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2)^2}{\lambda}}. \quad (6)$$

Proszę sprawdzić, czy powyższy warunek jest w naszym układzie faktycznie spełniony. Wstawiając trzy pierwsze człony rozwinięcia ρ do równania (2) oraz przybliżając ρ w mianowniku (2) przez d , otrzymujemy:

$$\Gamma(x_1, y_1) = \frac{i}{\lambda d} e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}d} \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(x_2, y_2) E_R^*(x_2, y_2) e^{-\frac{i\pi}{\lambda d}((x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2)} dx_2 dy_2. \quad (7)$$

Korzystając ze wzorów skróconego mnożenia w wykładniku ostatniej eksponenty i wyciągając przed całki czynnik niezależny od x_2 i y_2 , dostajemy:

$$\Gamma(x_1, y_1) = \frac{i}{\lambda d} e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}d} e^{-i\frac{\pi}{\lambda d}(x_1^2+y_1^2)} \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ h(x_2, y_2) E_R^*(x_2, y_2) e^{-\frac{i\pi}{\lambda d}(x_2^2+y_2^2)} \right\} e^{i\frac{2\pi}{\lambda d}(x_2x_1+y_2y_1)} dx_2 dy_2. \quad (8)$$

Widzimy teraz, że podwójna całka w powyższym równaniu jest odwrotną dwuwymiarową transformacją Fouriera funkcji zawartej w nawiasach klamrowych. Właśnie ze względu na to, równanie (8) jest nazywane transformacją Fresnela. Okazuje się, że w przypadku holografii kwazi-fourierowskiej, rachunki mogą być dalej uproszczone. Fala referencyjna jest u nas falą kulistą, która z zastosowaniem przybliżeń użytych powyżej jest opisywana następująco:

$$E_R(x_2, y_2) \approx \frac{1}{d} e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}d} e^{-i\frac{\pi}{\lambda d}(x_2^2+y_2^2)}. \quad (9)$$

Po wstawieniu jej sprzężenia do (8) okazuje się, że rekonstruowane pole Γ jest proporcjonalne do odwrotnej transformacji Fouriera rozkładu prążków interferencyjnych na hologramie:

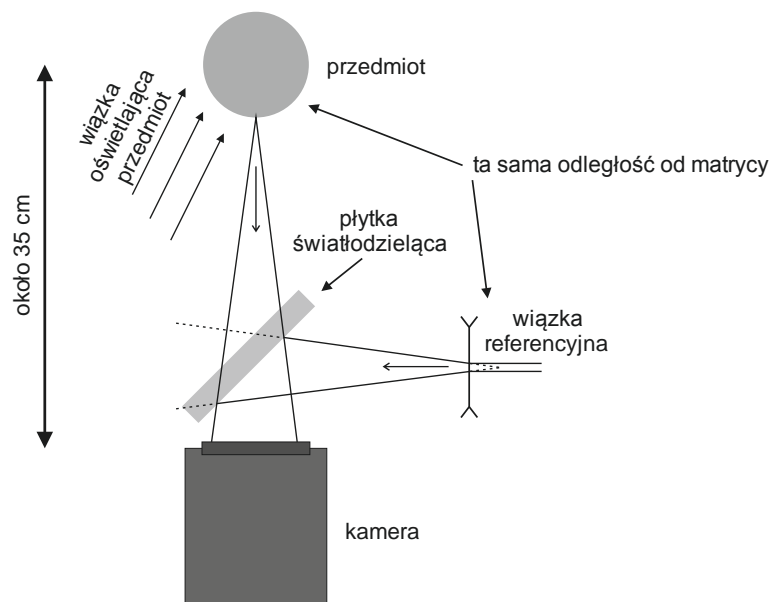
$$\Gamma\left(\frac{x_1}{\lambda d}, \frac{y_1}{\lambda d}\right) \propto \mathfrak{F}^{-1}\{h(x_2, y_2)\}. \quad (10)$$

Taką transformację można łatwo policzyć numerycznie, korzystając z gotowych funkcji np. w programie *Mathematica* lub w programie Scion Image. Ponieważ rozkład h zawiera dwa człony z użyteczną informacją o przedmiocie (patrz rozwinięcie wzoru (1) oraz instrukcja do holografii klasycznej), w zrekonstruowanym rozkładzie Γ otrzymujemy dwa obrazy przedmiotu – odwrócone względem siebie i w naszej metodzie – oba jednocześnie ostre.

Układ doświadczalny

Układ przypomina ten stosowany w klasycznej holografii transmisyjnej. Główna różnica polega na zastąpieniu kliszy fotograficznej kamerą o małym rozmiarze piksela (tutaj jest to 3.45 μm) oraz zminimalizowaniu kąta pomiędzy wiązką przedmiotową i referencyjną. Szkic najważniejszej części układu jest przedstawiony na Rys. 2.

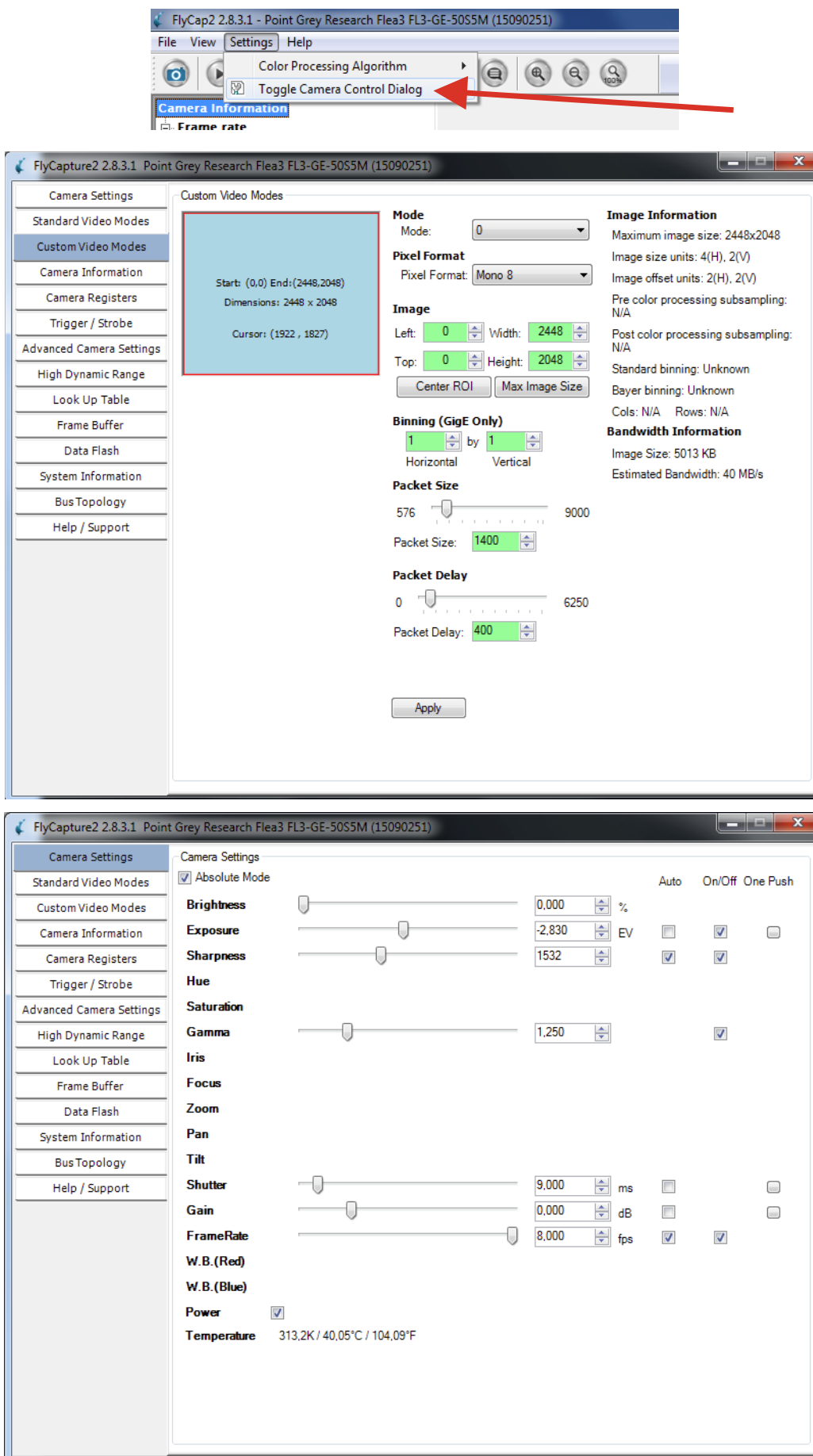
Rejestracji hologramów dokonuje się na kamerze Flea3 5.0 MP Mono GigE firmy Point Grey. Kamera komunikuje się z komputerem za pomocą łącza Gigabit Ethernet. Uwaga – kamera wymaga osobnego zasilania. Dedykowane oprogramowanie umożliwi ustawianie parametrów kamery, oglądanie obrazu na żywo oraz zapisywanie zdjęć (i ich serii) w kilku formatach. Najważniejsze elementy programu są pokazane na Rys. 3.



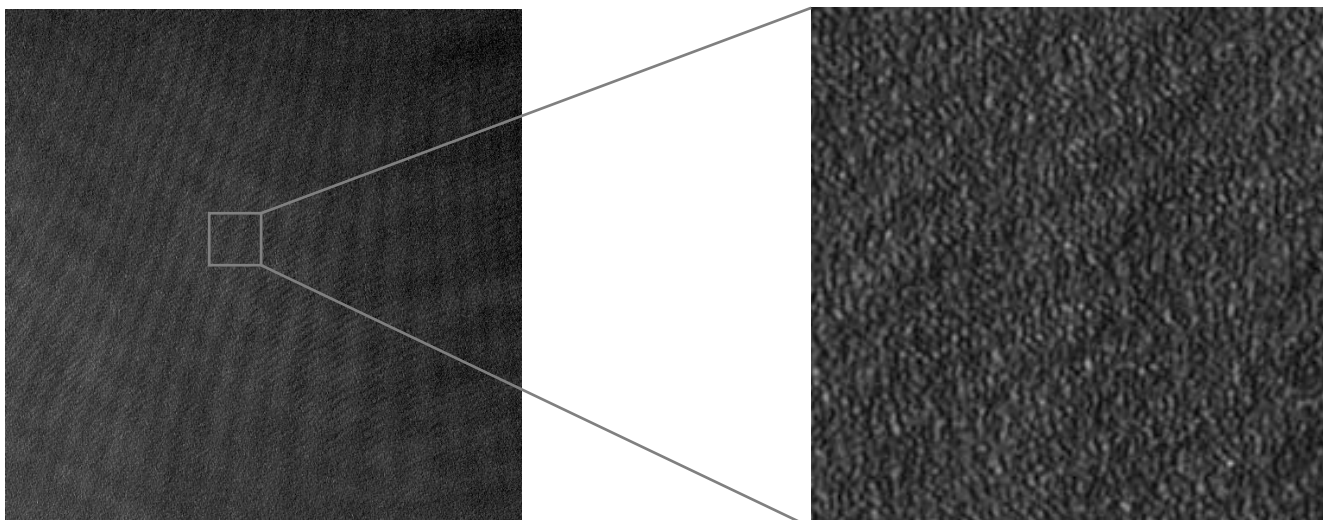
Rys. 2. Szkic głównej części układu do holografii cyfrowej

Uwagi:

1. Obowiązują zasady znane nam już z holografii klasycznej: staranny montaż mechaniczny, eliminacja drgań elementów układu, minimalizacja różnicy dróg optycznych w torze wiązki przedmiotowej i referencyjnej, równomierne oświetlenie całego przedmiotu.
2. Należy zadbać, aby rejestrowane na kamerze obrazy nie były nigdzie przesycone. Przykładowe ustawienia kamery to:
 - a. czas ekspozycji: około 10 ms,
 - b. wzmacnienie: 0 dB lub mniej,
 - c. wyłączona automatyczna regulacja parametrów kamery,
 - d. rozmiar aktywnej części matrycy (ROI – region of interest): 2048 px na 2048 px.
3. Po wstępnym wyjustowaniu układu należy przyglądać się na komputerze obrazowi rejestrowanemu przez kamerę. Czy są widoczne prążki interferencyjne? Jaki wpływ na stabilność prążków mają drgania i ruch powietrza?
4. Warto zarejestrować nie tylko docelowe hologramy, ale też obraz samej wiązki referencyjnej i przedmiotowej.
5. Płytkę światłodzielącą, umieszczaną przed kamerą, jest wykonana w postaci klina. Należy to uwzględnić przy znajdowaniu optymalnego miejsca ustawienia przedmiotu – klin ten zmienia bowiem nieco bieg promieni światła. Warto zdjąć kamerę i skontrolować okiem, pod jakim kątem jest widziany przedmiot, po przejściu światła przez płytkę.
6. Warto zadbać, aby efektywna odległość pomiędzy punktem pozornego rozbiegania się wiązki referencyjnej i matrycy kamery oraz odległość między przedmiotem a matrycą, były sobie równe (patrz Rys. 2). Dzięki temu, odtworzone cyfrowo z hologramu obrazy będą od razu ostre, bez stosowania dodatkowych obliczeń.



Rys. 3 Program do obsługi kamery Flea: ustawianie rozmiaru obrazu [ROI – Region Of Interest] (panel górny) oraz regulacja parametrów rejestracji zdjęć (panel dolny)

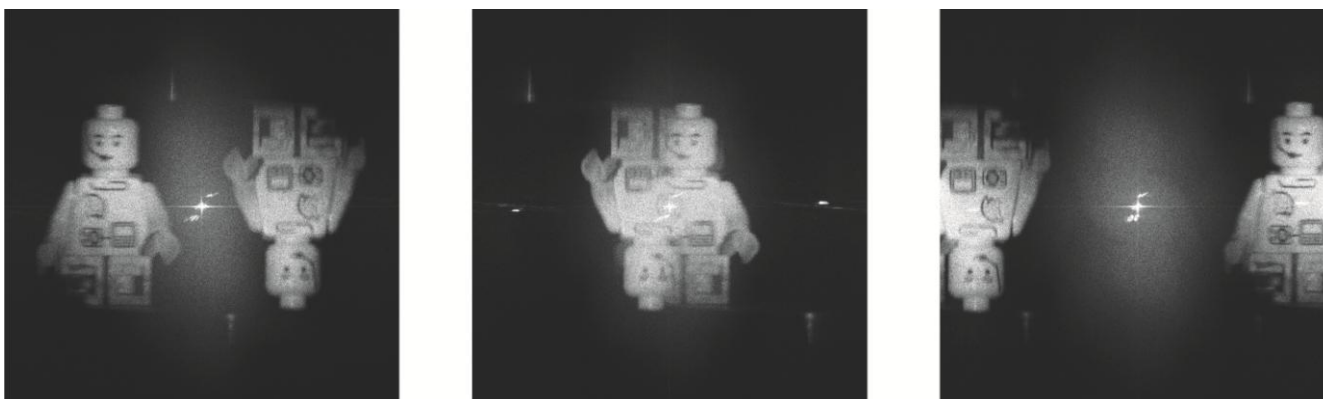


Rys. 4. Przykładowy hologram wraz z powiększeniem jego fragmentu

Rejestracja hologramów

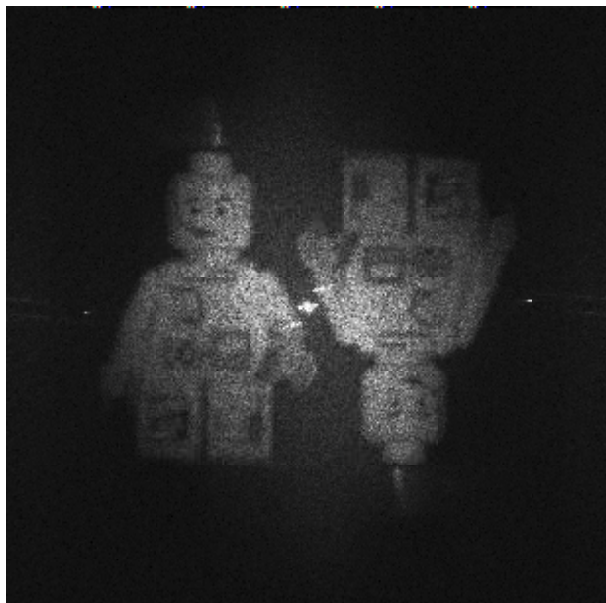
W zależności od czasu, jakim się dysponuje po zbudowaniu układu, można rejestrować:

1. pojedynczy hologram, wraz ze zdjęciem samej wiązki referencyjnej, samej wiązki przedmiotowej, a także tła i ramki ciemnej (dark frame – przy zasłoniętej matrycy kamery) – patrz Rys. 4,
2. serię hologramów dla nieco różnych kątów ustawienia płytki światłodzielącej przed kamerą. Zmiana tego kąta powoduje zmianę efektywnego kąta pomiędzy wiązką referencyjną i przedmiotową, co wpływa na geometrię odtwarzanych numerycznie obrazów. Uwaga – warto wykonać taką serię zdjęć i szybko ją opracować (wystarczy skorzystać z fragmentu hologramu dla oszczędzenia czasu), aby znaleźć takie ustawienie płytki światłodzielącej, przy którym obraz prosty i odwrócony nie nachodzą na siebie oraz są w całości widoczne (patrz Rys. 5).
3. serię hologramów różniących się delikatną zmianą kąta padania wiązki oświetlającej przedmiot. Dzięki takiemu zabiegowi, na każdym obrazie odtworzonym z hologramu, widoczny będzie nieco inny układ spekli (plamek), wynikających z niepożądanego u nas interferencji rozproszonego na przedmiocie spójnego światła laserowego. Odtworzone obrazy należy uśrednić – patrz Rys. 6. Uśredniania można dokonać automatycznie w programie AppFFT.

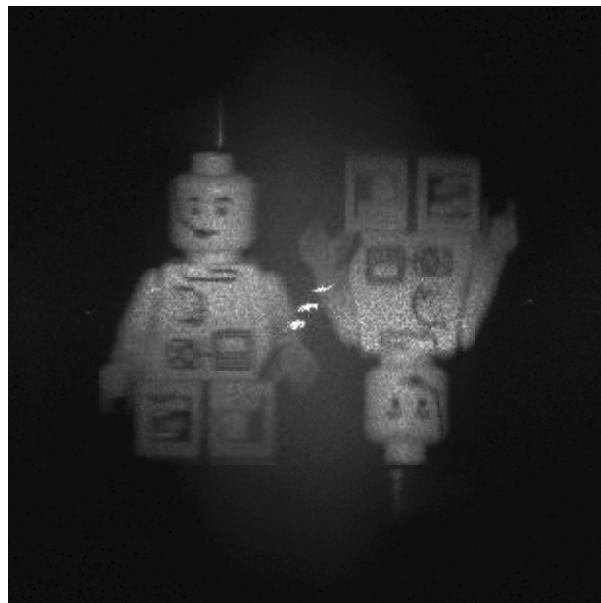


Rys. 5. Obrazy odtworzone z hologramów dla różnego kąta ustawienia płytki światłodzielącej przed kamerą

a)



b)



Rys. 6. a) obraz z pojedynczego hologramu, b) obraz powstały z uśrednienia 26 obrazów, uzyskanych z hologramów, dla których delikatnie był zmieniany kąt padania wiązki oświetlającej przedmiot

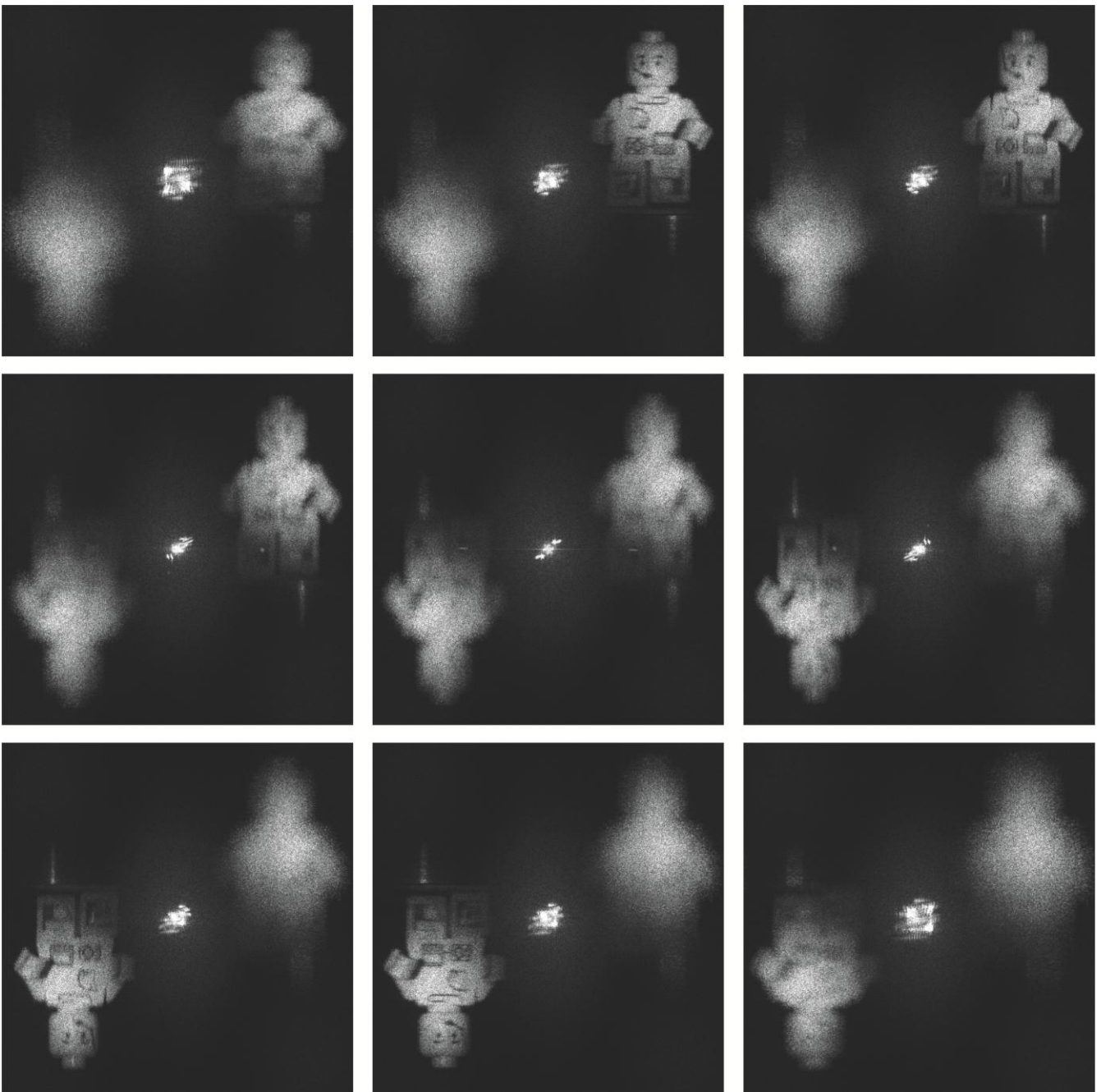
Analiza hologramów

Dedykowany program AppFFT umożliwia import hologramów w formacie .bmp, wykonanie dyskretnej transformacji Fouriera hologramu, zapisanie otrzymanego zdjęcia do pliku wynikowego oraz uśrednienie wielu zdjęć. W przypadku, gdy nie jest spełniony warunek 6. z *Uwag* powyżej, program umożliwia znalezienie optymalnej ostrości jednego z dwóch obrazów uzyskiwanych z hologramu, dzięki pomnożeniu hologramu przez człon propagacyjny $\exp(ik_z d)$, gdzie d odpowiada efektywnej odległości pomiędzy przedmiotem a punktem, z którego pozornie rozbiega się wiązka referencyjna. Na Rys. 7 są przedstawione przykładowe wyniki cyfrowej zmiany ostrości rekonstruowanego obrazu. Warto też poeksperymentować z odejmowaniem od hologramu (przed wykonaniem transformacji Fouriera) zdjęcia samej wiązki referencyjnej i samej wiązki przedmiotowej.

Sprawozdanie

Sprawozdanie powinno zawierać:

1. krótki opis matematycznych podstaw holografii cyfrowej,
2. szkic układu doświadczenia wraz z istotnymi odległościami
3. obrazy (z opisem) uzyskane z hologramów, a także przykładowe hologramy oraz zdjęcie wiązki referencyjnej i przedmiotowej,
4. krótką analizę źródła pochodzenia poszczególnych charakterystycznych elementów w odtworzonych obrazach – centralnej plamki, centralnej poświaty, obu obrazów przedmiotu.



Rys. 7. Znajdowanie ostrego obrazu w przypadku braku spełnienia warunku 5. z *Uwag* (patrz skrypt Matematyki)