
IM-26: Laser Nd:YAG i jego podstawowe elementy

Materiały przeznaczone dla studentów kierunku
Zaawansowane Materiały i Nanotechnologia w IF UJ
rok akademicki 2016/2017

Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest zapoznanie studentów z fizycznymi podstawami generacji promieniowania laserowego na przykładzie lasera Nd:YAG. W trakcie ćwiczenia badany jest wpływ rezonatora i szybkości pompowania kryształu Nd:YAG na parametry wiązki laserowej generowanej na długości fali 1064 nm. Wyznaczane są parametry rezonatora, przy których zachowuje się on jak rezonator stabilny. Studenci mierzą także moc optyczną powstałej wiązki laserowej w zależności od współczynnika transmisji jednego ze zwierciadeł. Na podstawie tak wyznaczonej charakterystyki wyliczane są: poziom strat w rezonatorze i wzmocnienie ośrodka laserowego. Obserwowana jest także generacja drugiej harmonicznej wewnątrz rezonatora Nd:YAG.

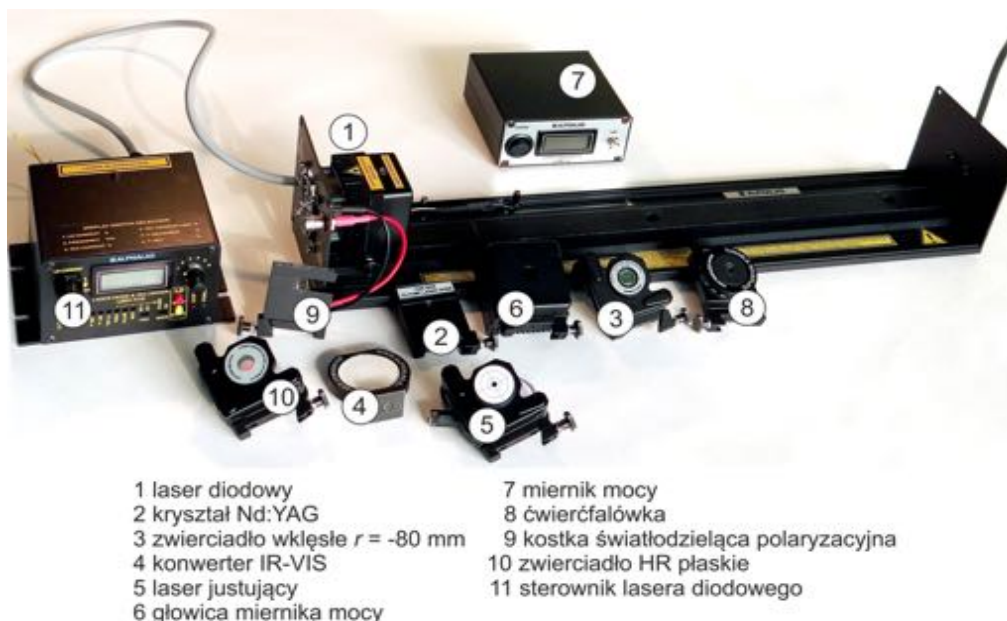
Słowa kluczowe: absorpcja, emisja wymuszona, współczynnik wzmocnienia, nasycenie wzmocnienia, laser Nd:YAG, rezonator optyczny, stabilność rezonatora, mody rezonatora, generacja drugiej harmonicznej

Aparatura i materiały

ława optyczna, laser diodowy generujący na długości fali $\lambda = 808$ nm, o mocy $P = 1,6$ W, zwierciadło wklęsłe o promieniu krzywizny $r = -80$ mm i współczynniku odbicia $R = 90\%$, laser justujący ($\lambda = 670$ nm) o mocy $P < 5$ mW, konwerter promieniowania podczerwonego na widzialne, miernik mocy lasera, kryształ KTP do podwajania częstotliwości, polaryzacyjna kostka światłodzieląca, ćwierćfalówka w oprawce obrotowej, zwierciadło płaskie o wysokim współczynniku odbicia, okulary ochronne

Problemy i zadania do przygotowania

1. Zapoznać się z podstawami teoretycznymi **oraz dodatkowo** z pojęciem dopasowania fazowego i metodami dopasowania używanymi podczas generacji drugiej harmonicznej (ogólnie).
2. Wyznaczyć względną różnicę obsadzeń pomiędzy poziomami laserowymi Nd^{3+} a stanem podstawowym, gdy układ znajduje się w równowadze termodynamicznej. Obliczenia wykonać dla temperatur z zakresu od 200 K do 320 K, a wyniki przedstawić w formie wykresu.
3. Rezonator jest zbudowany z dwóch wklęsłych zwierciadeł o promieniach krzywizny $r_1 = 50$ cm i $r_2 = 100$ cm. Wyznaczyć maksymalną długość rezonatora przy której jest on jeszcze rezonatorem stabilnym.



Rys. 1. Zestaw elementów do budowy lasera Nd:YAG (LASKIT-500 firmy Alphas GmbH)

Zasady BHP

Proszę **bezwzględnie** zastosować się do następujących zasad bezpieczeństwa:

- Przed rozpoczęciem pracy proszę zdjąć z rąk rzeczy, które mogą spowodować przypadkowe odbicia wiązki światła. W szczególności chodzi o pierścionki, obrączki i zegarki.
- Pod żadnym pozorem nie wolno kierować wiązki światła bezpośrednio do oka.
- Proszę używać okularów ochronnych przewidzianych dla światła o długościach fali odpowiadających używanym źródłom światła.
- Nie wolno dotykać elementów optycznych palcami, gdyż może to doprowadzić do ich uszkodzenia.
- Nie umieszczać żadnych innych elementów niż kryształ Nd:YAG w odległości mniejszej niż 15 mm od lasera pompującego.

Przebieg ćwiczenia

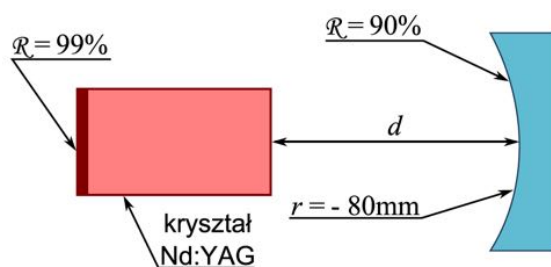
Czynności wstępne

1. Uruchomienie lasera diodowego @808 nm (pompującego)
 - umieścić konwerter podczerwieni na ławie optycznej w odległości około 5 cm od lasera diodowego
 - sprawdzić ustawienie prądu zasilacza lasera diodowego powinno wynosić 0 A
 - przełączyć włącznik zasilacza do pozycji ON
 - włączyć laser przez naciśnięcie klawisza START i ustawić prąd zasilacza na 1 A
 - zaobserwować zieloną fluorescencję na konwerterze podczerwieni

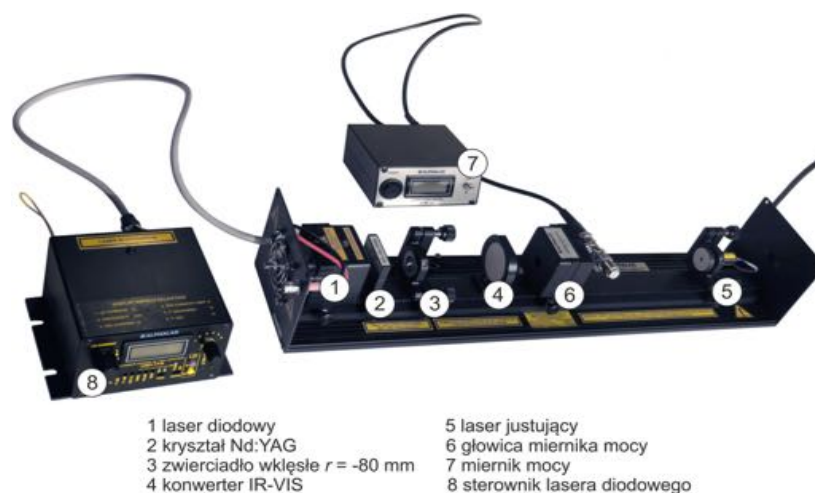
2. Zmierzyć moc wiązki lasera diodowego w zależności od wartości prądu zasilania oraz wyznaczyć wartość prądu progowego.
3. Zainstalować laser diodowy (@670 nm) służący do justowania elementów optycznych lasera Nd:YAG (na drugim końcu ławy optycznej).
4. Na ławie optycznej zainstalować kryształ Nd:YAG z warstwą antyrefleksyjną na 808 nm od strony lasera pompującego. Jednocześnie na tej samej powierzchni napyłona jest warstwa silnie odbijająca ($R > 99\%$) promieniowanie o długości fali $\lambda = 1064$ nm, która stanowi jedno ze zwierciadeł lasera Nd:YAG. Z drugiej strony kryształu napyłono warstwę o dużym współczynniku transmisji ($T > 99,8\%$) dla światła o długości fali $\lambda = 1064$ nm. Kryształ należy umieścić w odległości ok. 5 mm od lasera pompującego.
5. Włączyć laser diodowy przy prądzie zasilania 1 A. Zaobserwować fluorescencję z kryształu przesuwając jednocześnie kryształ nieco do przodu lub do tyłu i ustawić go w pozycji, dla której fluorescencja jest najsilniejsza. Wyłączyć laser diodowy.
6. Zasłonić wyjście lasera pompującego kartką papieru. Włączyć laser justujący i ustawić w taki sposób, aby oświetlał kryształ. Poprawić ustawienie kryształu YAG tak, by wiązka lasera justującego odbita od kryształu (obserwowana na ekranie przed laserem) padała około 2-5 mm od wyjścia lasera. Należy unikać dokładnego odbicia z powrotem w kierunku lasera. Wyłączyć laser justujący.

Uzyskiwanie akcji laserowej oraz optymalizacja kształtu wiązki i jej mocy

1. Na ławie optycznej, w odległości około 50 mm od kryształu, zainstalować zwierciadło zwrotne ($R = 90\%$, promień krzywizny $r = -80$ mm).
2. Włączyć laser justujący i kręcąc śrubami oprawki tego zwierciadła ustawić go tak, aby na ekranie wiązka odbita od sferycznej powierzchni zwierciadła pokryła się z wiązką odbitą od kryształu. Następnie wyłączyć laser justujący i odsłonić wyjście lasera pompującego.
3. Wstawić konwerter podczerwieni, ustawić prąd zasilania lasera pompującego na 2,0 A i włączyć laser.
4. Delikatnie regulować zwierciadłem zwrotnym tak, aby laser generował w modzie TEM_{00} a jego moc była maksymalna.
5. Zarejestrować zależność mocy lasera Nd:YAG w zależności od mocy wiązki pompującej (należy wykorzystać charakterystykę z poprzedniej części). Wyniki przedstawić w postaci wykresu.



Rys. 2. Ustawienie kryształu Nd:YAG i sferycznego lustra zwrotnego



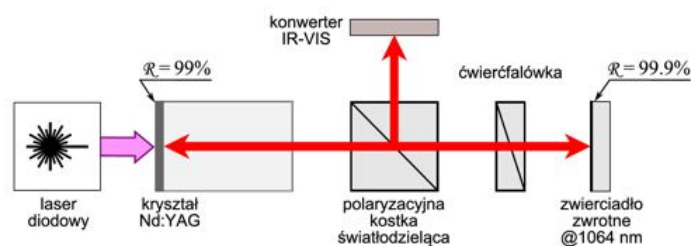
Rys. 3. Układ do badania stabilności rezonatora.

Badanie stabilności rezonatora

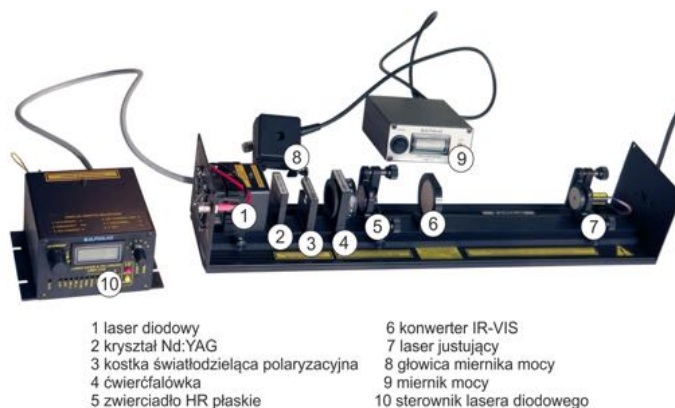
1. Zmieniając odległość d (Rys. 2) pomiędzy kryształem a zwierciadłem zwrótnym (sferycznym) w zakresie od 20 do 110 mm zarejestrować moc na wyjściu z lasera.
2. Wyznaczyć optymalną długość rezonatora, przy której laser osiąga największą moc oraz odległość, powyżej której oscylacje laserowe znikają.
3. Wyznaczone wartości porównać z wartościami teoretycznymi. Omówić wpływ tzw. soczewki termicznej na wyniki doświadczenia.

Wyznaczanie optymalnej wartości współczynnika transmisji zwierciadła zwrotnego

1. Zestawić układ jak na rysunku 4. W tym eksperymencie zmiana współczynnika odbicia realizowana jest poprzez wykorzystanie polaryzacyjnej kostki światłodzieliącej, płytki ćwierćfalowej w oprawce obrotowej i lustra o dużym współczynniku odbicia.
2. Wyjustować rezonator z użyciem lasera justującego i uruchomić laser pompujący z prądem 2,0 A.
3. Obrócić ćwierćfalówkę tak, aby odbicie od kostki światłodzieliącej obserwowane na konwerterze podczerwieni było maksymalne. Jest to teraz kierunek wyjścia wiązki laserowej i w związku z tym proszę zachować szczególną ostrożność.
4. Zamiast konwertera podczerwieni wstawić miernik mocy (rys. 5). Dla danej mocy wiązki pompującej, czyli dla danego współczynnika wzmocnienia, wyznaczyć zależność pomiędzy mocą lasera a kątem ustawienia ćwierćfalówki. Kąt ustawienia ćwierćfalówki można powiązać ze współczynnikiem odbicia poprzez prawo Mallusa: $R = \cos^2(\theta)$, gdzie θ oznacza kąt skręcenia polaryzacji światła (uwaga: to **nie jest** kąt ustawienia płytki ćwierćfalowej!)
5. Wyznaczyć podobną zależność dla 3–4 różnych współczynników wzmocnienia, a więc dla 3–4 różnych mocy lasera pompującego. Na podstawie zmierzonych zależności wyznaczyć optymalne wartości współczynnika transmisji zwierciadła oraz wzmocnienie i straty w rezonatorze.



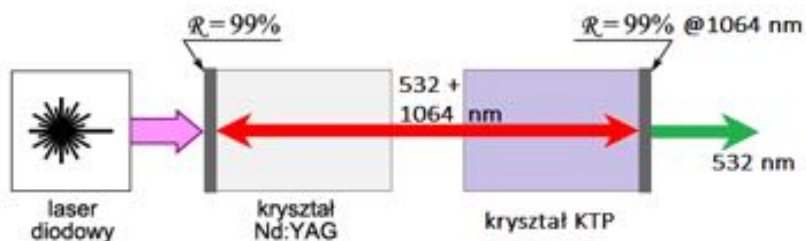
Rys. 4. Schemat układu służącego do badania optymalnej transmisji zwierciadła zwrotnego. Konwerter stawiany jest poza ławą optyczną.



Rys. 5. Zdjęcie układu służącego do badania optymalnej transmisji zwierciadła zwrotnego.

Generacja drugiej harmonicznej

1. Zainstalować kryształ KTP (4x4x2 mm, oznaczony *intracavity*) zwracając uwagę na jego orientację (napisy na oprawce kryształu mają być poziomo, kryształ obrócony odpowiednio w stronę kryształu Nd:YAG). Kryształ ten ma pokrycie refleksyjne dla 1064 nm po jednej stronie i dzięki temu zastępuje zwierciadło płaskie dla lasera Nd:YAG. Pokrycie zostało wykonane tak, by światło o długości fali 532 nm nie było odbijane. Z drugiej strony kryształ KTP jest pokryty antyrefleksyjnie zarówno dla 532 oraz 1064 nm.
2. Włączyć laser justujący i kręcąc śrubami oprawki tego zwierciadła ustawić go tak, aby na ekranie wiązka odbita od pokrycia kryształu KTP pokryła się z wiązką odbitą od kryształu Nd:YAG. Następnie wyłączyć laser justujący i odsłonić wyjście lasera pompującego.



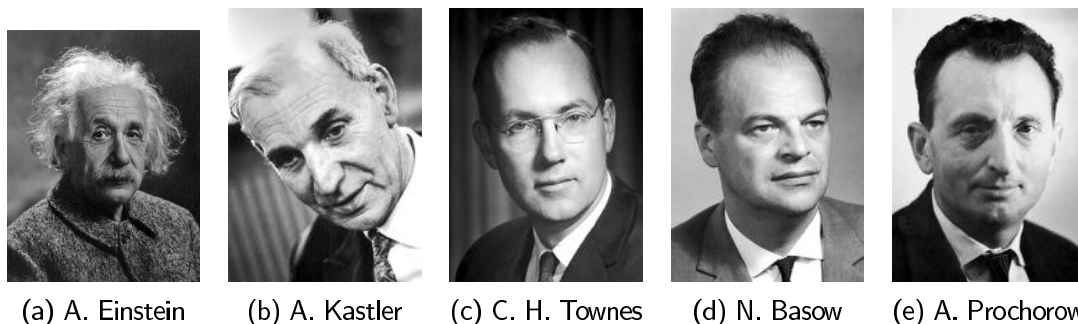
Rys. 6. Schemat układu do generacji drugiej harmonicznej lasera Nd:YAG. Rezonator tworzą warstwy refleksyjne napyłnione na kryształach Nd:YAG i KTP.

3. Wstawić konwerter podczerwieni, ustawić prąd zasilania lasera pompującego na 2,0 A i włączyć laser.
4. Delikatnie regulować zwierciadłem zwrotnym tak, aby laser generował w modzie TEM_{00} a jego moc była maksymalna. **Uwaga:** na konwerterze podczerwieni będzie teraz widać **bardzo silne** światło drugiej harmonicznej! Proszę wyjaśnić skąd się bierze taka różnica w intensywności świecenia.

Podstawy teoretyczne

Laser to generator światła, wykorzystujący zjawisko emisji wymuszonej. Nazwa jest akronimem od *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation* – wzmocnienie światła poprzez wymuszona emisję promieniowania. Promieniowanie laserowe charakteryzuje duża spójność czasowa i przestrzenna, oraz ma ono postać wiązki o bardzo małej rozbieżności. Zasadniczymi elementami lasera są: ośrodek czynny, rezonator optyczny i układ pompujący. Układ pompujący dostarcza energię do ośrodka czynnego, który zapewnia wzmocnienie, czyli powielenie fotonów o identycznych właściwościach. Rezonator optyczny zapewnia sprzężenie zwrotne i określa właściwości spektralne i przestrzenne wiązki laserowej.

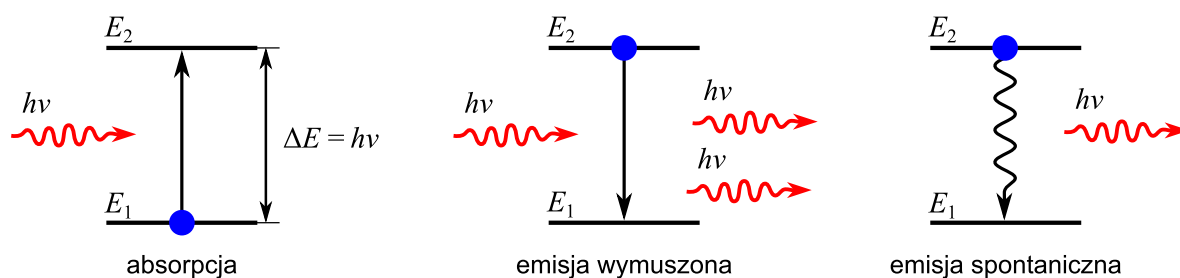
Pierwszy laser (rubinowy) został zbudowany w 1960 roku przez Teodora Maimana, w którym ośrodkiem czynnym był kryształ korundu domieszkowany chromem. Powstanie lasera to jednak wynik pracy wielu badaczy: Alberta Einsteina (kwantowa teoria promieniowania), Alfreda Kastlera (idea pompowania optycznego) czy Charlesa H. Townesa, Nikołaja Basowa i Aleksandra Prochorowa (teoretyczne podstawy masera i lasera).



Rys. 6. „Ojcowie” promieniowania laserowego.

2. Oddziaływanie światła z materią

Rozważmy wnękę rezonansową o objętości V , w której znajduje się atom wraz z polem promieniowania o częstotliwości ν . Energie poziomów atomu przyjmują wartości E_1 dla stanu dolnego oraz E_2 dla stanu górnego.



Rys. 7. Oddziaływanie atomu z polem promieniowania.

Założmy ponadto, że pole promieniowania jest w rezonansie z atomem, czyli $\Delta E = E_2 - E_1 = h\nu$. W takiej sytuacji możliwe są trzy scenariusze oddziaływania pomiędzy polem a atomem, przedstawione na rysunku 7. Atom w stanie podstawowym może zaabsorbować foton z pola promieniowania i przejść do stanu górnego, który to proces nazywamy **absorpcją**. Gęstość prawdopodobieństwa absorpcji zależy od gęstości strumienia fotonów $\phi(\nu)$ oraz przekroju

czynnego $\sigma(\nu)$ na przejście pomiędzy stanami E_1 i E_2

$$P_{ab} = \phi \cdot \sigma(\nu). \quad (1)$$

Z kolei atom w stanie górnym E_2 , pod wpływem fotonu pola promieniowania, może przejść do stanu dolnego E_1 emitując jednocześnie foton, którego własności są identyczne jak fotonu wymuszającego. Proces tego typu nazywamy **emisją wymuszoną**. Gęstość prawdopodobieństwa emisji wymuszonej, tak samo jak absorpcji, zależy od gęstości strumienia fotonów we wnętrzu oraz przekroju czynnego $\sigma(\nu)$

$$P_{ew} = \phi \cdot \sigma(\nu). \quad (2)$$

Ponieważ przekroje czynne na absorpcję i emisję wymuszoną są identyczne, więc

$$P_{ab} = P_{ew} \equiv W_i. \quad (3)$$

Występująca w równaniach (1) i (2) gęstość strumienia fotonów oznacza liczbę fotonów padających na jednostkę powierzchni w jednostkowym czasie i wynosi

$$\phi = \frac{I}{h\nu} = \frac{nc}{V} \left[\frac{\text{liczba fotonów}}{\text{cm}^2 \cdot \text{s}} \right], \quad (4)$$

gdzie I [W/cm²] to natężenie pola promieniowania, a n oznacza liczbę fotonów pola.

Atom pozostający w górnym stanie może również, w sposób spontaniczny pod wpływem *pola próżni*, przejść do stanu dolnego emitując foton o częstotliwości ν , który dodaje się do fotonów pola promieniowania we wnętrzu. Powstałe fotony nie są jednak ani ukierunkowane ani spójne. Proces taki nazywamy **emisją spontaniczną**, gdyż nie zależy on od liczby fotonów we wnętrzu. Gęstość prawdopodobieństwa emisji spontanicznej

$$P_{sp} = A_{21} = \frac{1}{\tau}, \quad (5)$$

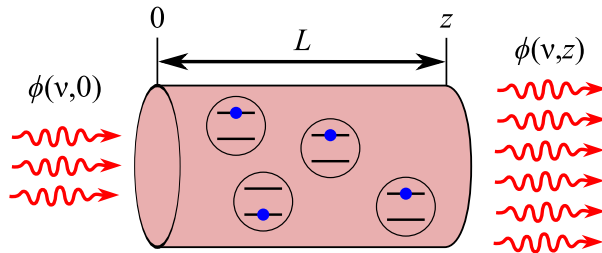
gdzie A_{21} to współczynnik Einsteina, a τ to średni czas życia poziomu w stanie E_2 .

2.1. Współczynnik wzmocnienia i wzmocnienie ośrodka

Jeżeli ośrodek atomowy, w postaci atomów dwupoziomowych o gęstościach obsadzeń poziomów N_1 i N_2 (Rys. 8), oddziałuje ze strumieniem fotonów o gęstości ϕ , to liczba kreowanych/anihilowanych na sekundę fotonów, w jednostkowej objętości wynosi

$$N_2 W_i - N_1 W_i \equiv N W_i, \quad (6)$$

gdzie $N = N_2 - N_1$ jest gęstością różnicy obsadzeń.



Rys. 8. Strumień fotonów o gęstości $\phi(\nu)$ oddziałuje z ośrodkiem atomowym, w którym obsadzenia poszczególnych poziomów wynoszą N_1 i N_2 .

Gdy $N < 0$ to obsadzenie dolnego poziomu przewyższa obsadzenie poziomu górnego i procesy absorpcji dominują nad procesami emisji wymuszonej, co powoduje osłabienie padającego strumienia fotonów. Taki ośrodek nazywamy ośrodkiem absorpcyjnym. Gdy $N > 0$, to obsadzenie górnego poziomu atomowego jest większe niż dolnego, co nazywamy **inwersją obsadzeń**.

Wówczas procesy emisji wymuszonej przeważają nad procesami absorpcji wynikiem czego jest wzmocnienie padającego strumienia fotonów, a ośrodek nazywamy wzmacniającym. Wreszcie, gdy $N = 0$ to procesy absorpcji są zbalansowane procesami emisji wymuszonej i wypadkowy strumień fotonów nie ulega zmianie. Taki ośrodek nazywamy przezroczystym.

W stanie równowagi termodynamicznej, w temperaturze T , względne obsadzenie poziomów atomowych opisywane jest rozkładem Maxwella-Boltzmann

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{-(E_2-E_1)/(k_B T)} = e^{-h\nu/(k_B T)} < 1 \quad (7)$$

i dlatego obsadzenie stanu górnego jest zawsze mniejsze niż dolnego. Ośrodek pozostający w równowadze termodynamicznej jest ośrodkiem absorpcyjnym.

Ilościowo, zmiana gęstości strumienia fotonów na długości dz ośrodka wzmacniającego wynosi

$$\phi(z + dz) - \phi(z) = NW_i dz = N\phi\sigma dz. \quad (8)$$

Zatem, w odległości z

$$\phi(z) = \phi(0) e^{\gamma z}, \quad (9)$$

gdzie $\gamma = N \cdot \sigma(\nu)$ to **współczynnik wzmocnienia** ośrodka opisujący wzmocnienie strumienia fotonów na jednostkę długości, a $\phi(0)$ to gęstość strumienia fotonów padających. Często dla opisu własności wzmacniających ośrodka używa się wielkości zwanej **wzmocnieniem**

$$G(z) = \frac{\phi(z)}{\phi(0)} = e^{\gamma z}, \quad (10)$$

którego jednostką jest dB¹.

Aby otrzymać ośrodek wzmacniający, czyli wytworzyć inwersję obsadzeń, należy użyć zewnętrznego źródła energii, potocznie nazywanego *pompą*. Energia dostarczana do ośrodka za pomocą pompy zostaje w efekcie zużyta na zwiększenie wyjściowego strumienia fotonów. Pompa dostarcza energię poprzez wzbudzenie w atomach elektronów ze stanów niższych do wyższych. Stanu inwersji obsadzeń nie da się jednak uzyskać „pompując” atomy bezpośrednio z poziomu dolnego do górnego, ale wymaga to zaangażowania dodatkowych poziomów pośrednich. Jeśli zewnętrznym źródłem energii jest źródło światła, to proces prowadzący do wytworzenia inwersji obsadzeń nazywamy **pompowaniem optycznym**.

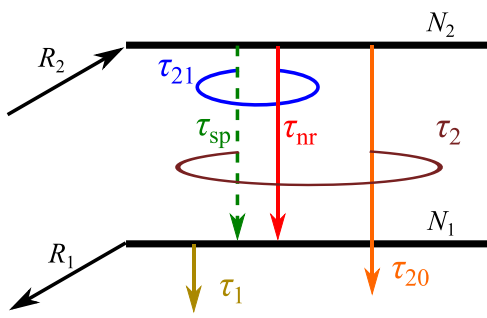
2.2. Pompowanie bez obecności pola wzmacnianego

Pompowanie optyczne prowadzi do wytworzenia inwersji obsadzeń między poziomami interesującego nas przejścia. Dynamika procesu pompowania jest opisywana za pomocą równań kinetycznych (ang. *rate equations*), które podają szybkości zmian gęstości obsadzeń poziomów energetycznych w wyniku pompowania oraz przejść promienistych i bezpromienistych.

Szybkości zmian obsadzeń poziomów z rysunku 9, zapisane za pomocą równań kinetycznych, wynoszą

$$\begin{aligned} \frac{dN_1}{dt} &= -R_1 - \frac{N_1}{\tau_1} + \frac{N_2}{\tau_{21}} \\ \frac{dN_2}{dt} &= R_2 - \frac{N_2}{\tau_2}. \end{aligned} \quad (11)$$

¹decybel jest logarytmem dziesiętnym ze stosunku danej wielkości P do wielkości odniesienia P_0 : $P_{dB} = 10 \log(P/P_0)$



Rys. 9. Schemat pompowania bez obecności pola promieniowania. R_1, R_2 to odpowiednio szybkości pompowania atomów z poziomu 1 oraz na poziom 2; τ_{21} to średni czas relaksacji stanu 2 do stanu 1, na który składają się średnie czasy relaksacji spontanicznej τ_{sp} oraz przejść bezpromienistych τ_{nr} ; τ_{20} to średni czas relaksacji stanu 2 do stanu podstawowego; τ_2 to średni czas życia poziomu 2 (uwzględnia τ_{21} oraz τ_{20}); τ_1 to średni czas życia poziomu 1. Szybkości pompowania atomów z poziomu 1 – R_1 oraz na poziom 2 – R_2 są podawane w $\text{cm}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}$.

W warunkach stanu stacjonarnego, tzn. gdy $dN_1/dt = dN_2/dt = 0$, rozwiązania układu powyższych równań pozwalają wyznaczyć różnicę obsadzeń

$$N_2 - N_1 \equiv N_0 = R_2 \tau_2 \left(1 - \frac{\tau_1}{\tau_{21}}\right) + R_1 \tau_1. \quad (12)$$

Jak wynika z równania (12), dużą inwersję obsadzeń można otrzymać gdy: a) R_1, R_2 przyjmują duże wartości, czyli gdy poziom górny i dolny są odpowiednio szybko obsadzany i opróżniany na skutek pompowania i b) $\tau_{21} \gg \tau_1$ czyli czas życia poziomu dolnego jest dużo krótszy od czasu życia poziomu górnego. Warunki powyższe oznaczają szybkie obsadzanie i wolne opróżnianie poziomu górnego i odwrotnie, wolne obsadzanie i szybkie opróżnianie poziomu dolnego, co pozwala na utrzymywanie się dużej różnicy obsadzeń. W idealnej sytuacji, gdy opróżnianie poziomu górnego zachodzi wyłącznie poprzez przejścia radiacyjne na poziom dolny ($\tau_2 \approx \tau_{sp}$) i czas życia tego poziomu jest znacznie dłuższy niż poziomu dolnego ($\tau_{sp} \gg \tau_1$) to

$$N_0 \approx R_2 \tau_2 + R_1 \tau_1 = R_2 \tau_{sp} + R_1 \tau_1. \quad (13)$$

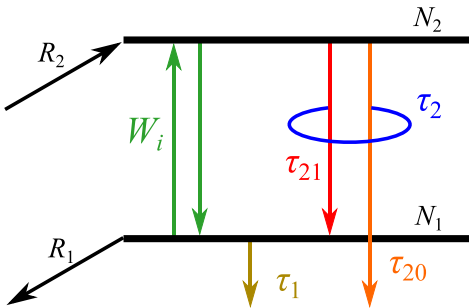
Gdy dodatkowo $R_1 = 0$ lub $R_1 \ll R_2 (\tau_{sp}/\tau_1)$, to wówczas

$$N_0 \approx R_2 \tau_{sp} \quad (14)$$

czyli różnica obsadzeń jest wprost proporcjonalna do szybkości obsadzania poziomu górnego.

2.3. Pompowanie w obecności pola wzmacnianego

Obecność pola promieniowania o częstotliwości ν sprawia, że przejścia pomiędzy poziomami 1 i 2 mogą zachodzić także na skutek absorpcji i emisji wymuszonej. Gęstość prawdopodobieństwa zajścia takich procesów wynosi W_i , tak jak to było omawiane wcześniej.



Rys. 10. Schemat pompowania w obecności pola wzmacnianego. R_1, R_2 to odpowiednio szybkość pompowania atomów z poziomu 1 oraz na poziom 2; τ_{21} to średni czas relaksacji stanu 2 do stanu 1; τ_{20} to średni czas relaksacji stanu 2 do stanu podstawowego; τ_2 to średni czas życia poziomu 2 (uwzględnia τ_{21} oraz τ_{20}); τ_1 to średni czas życia poziomu 1; W_i to gęstość prawdopodobieństwa przejść pomiędzy poziomami 1 i 2.

Równania (11) na zmianę gęstości obsadzeń zostają rozszerzone o procesy absorpcji i emisji wymuszonej, będące źródłem dodatkowego wzrostu i spadku obsadzeń poziomów

$$\begin{aligned} \frac{dN_1}{dt} &= -R_1 - \frac{N_1}{\tau_1} + \frac{N_2}{\tau_{21}} + N_2 W_i - N_1 W_i \\ \frac{dN_2}{dt} &= R_2 - \frac{N_2}{\tau_2} - N_2 W_i + N_1 W_i. \end{aligned} \quad (15)$$

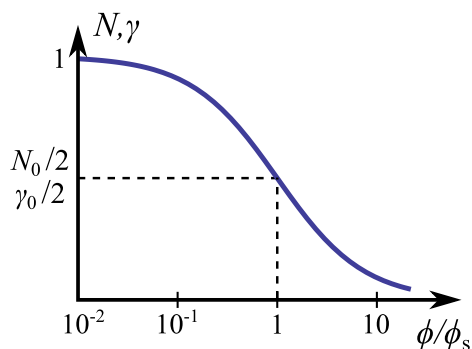
W stanie stacjonarnym, rozwiązania układu równań (15) dają różnicę gęstości obsadzeń

$$N_2 - N_1 \equiv N = \frac{N_0}{1 + \tau_s W_i}. \quad (16)$$

N_0 jest gęstością obsadzeń w sytuacji bez pola promieniowania o częstotliwości ν , natomiast $\tau_s = \tau_2 + \tau_1 (1 - \tau_2/\tau_{21}) > 0$ jest tak zwanym czasem charakterystycznym. Stała τ_s podaje wartość gęstości prawdopodobieństwa W_i , dla której różnica obsadzeń maleje do połowy wartości N_0 . Ponieważ $W_i = \phi \cdot \sigma(\nu)$ to równanie (16) można zapisać jako

$$N = \frac{N_0}{1 + \phi/\phi_s}. \quad (17)$$

W powyższym równaniu $\phi_s = 1/(\tau_s \cdot \sigma)$ i oznacza taką gęstość strumienia fotonów, dla której różnica obsadzeń maleje do $N_0/2$. Zmiany różnicy obsadzeń N w zależności od gęstości strumienia fotonów zostały przedstawione na rysunku 11.



Rys. 11. Zależność różnicy obsadzeń N i współczynnika wzmocnienia γ od gęstości strumienia fotonów.

W przypadku istnienia pola promieniowania o częstotliwości przejścia $2 \leftrightarrow 1$, w stanie stacjonarnym, różnica obsadzeń jest zawsze mniejsza niż w sytuacji bez pola promieniowania. Gdy pole to jest bardzo słabe ($\phi \ll \phi_s$), wówczas $N \approx N_0$. Z kolei, gdy pole to jest bardzo silne ($\phi \gg \phi_s$) to N dąży do zera. Dzieje się tak ponieważ na przejścia pomiędzy poziomami 1 i 2 główny wpływ mają absorpcja i emisja wymuszona o identycznej gęstości prawdopodobieństw. Dlatego też, nawet pola o bardzo dużej gęstości strumienia fotonów nie są w stanie zmienić dodatniej różnicy obsadzeń na ujemną i odwrotnie.

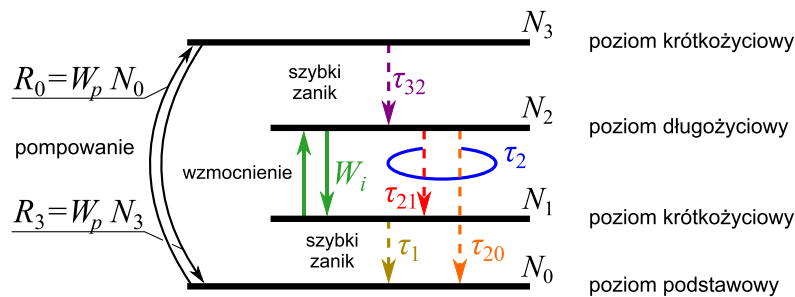
W takt za zmianami różnicy obsadzeń N postępują zmiany współczynnika wzmocnienia

$$\gamma(\nu) = N \cdot \sigma(\nu) = \frac{N_0 \cdot \sigma(\nu)}{1 + \phi/\phi_s} = \frac{\gamma_0(\nu)}{1 + \phi/\phi_s}, \quad (18)$$

gdzie $\gamma_0(\nu)$ to współczynnik wzmocnienia dla bardzo małych gęstości strumienia fotonów pola promieniowania. Zmiany γ wraz ze wzrostem gęstości strumienia fotonów przedstawia rysunek 11. Współczynnik wzmocnienia, podobnie jak różnica obsadzeń, maleje wraz z gęstością fotonów pola promieniowania i w końcu ulega nasyceniu. Innymi słowy, zarówno absorpcja ($\gamma < 0$) jak i wzmocnienie ($\gamma > 0$) ośrodka ulegają nasyceniu i ośrodek staje się przezroczysty.

2.4. Pompowanie optyczne w układzie 4-poziomowym

Jak już powiedziano, wytworzenie inwersji obsadzeń wymaga zaangażowania dodatkowych poziomów w procesie pompowania. Jeden z najbardziej wydajnych schematów pompowania wykorzystuje układ 4-poziomowy, tak jak to pokazano na rysunku 12. Na tym schemacie poziomy 1 i 2 to poziomy przejścia wzmacniającego (laserowego), które są położone znacznie powyżej stanu podstawowego 0 i w warunkach równowagi termodynamicznej $E_{1(2)} - E_0 \ll k_B T$ poziomy te są bardzo słabo obsadzone.

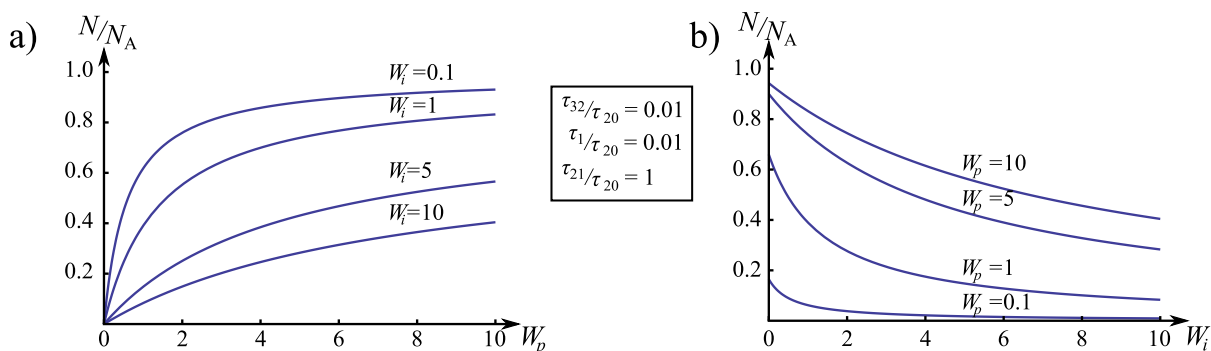


Rys. 12. Schemat układu 4-poziomowego; τ_{32} to średni czas relaksacji poziomu 3 do 2; τ_2 to średni czas życia poziomu 2, uwzględniający średnie czasy relaksacji poziomu 2 do 1 oraz poziomu 2 do 0; τ_1 to średni czas życia poziomu 1.

Pompowanie poziomu 2 odbywa się ze stanu podstawowego za pośrednictwem krótkożyłowego stanu 3. Do wzbudzenia stanu 3, w przypadku pompowania optycznego, używa się lamp wysokociśnieniowych lub innego lasera. Szybkość pompowania $R_0 = W_p N_0$, gdzie W_p to gęstość prawdopodobieństwa przejścia zależna od gęstości strumienia fotonów źródła światła, czyli od jego natężenia. Należy zaznaczyć, że strumień fotonów pompy będzie jednocześnie powodował opróżnianie poziomu 3 poprzez emisję wymuszoną z szybkością $R_3 = W_p N_3$. Zakładając, że zgodnie z warunkami na inwersję obsadzeń, stan 1 jest stanem krótkożyłowym, a stan 2 długiżyłowym, rozwiązania układu równań kinetycznych pozwalają wyznaczyć różnicę gęstości obsadzeń pomiędzy tymi poziomami

$$N_2 - N_1 \equiv N = N_A W_p \frac{\tau_2 (1 - \tau_1 / \tau_{21})}{1 + \tau_2 (W_i + W_p) + 2\tau_2 (\tau_1 + \tau_{32}) W_i W_p}. \quad (19)$$

$N_A = N_0 + N_1 + N_2 + N_3$ jest sumą gęstości obsadzeń wszystkich poziomów, czyli gęstością atomów w ośrodku wzmacniającym.



Rys. 13. Różnica obsadzeń N w zależności od szybkości pompowania W_p (a) oraz wielkości pola wzmacnianego W_i (b).

Na podstawie równania (19) można pokazać, że dla małych natężeń źródła pompującego, inwersja obsadzeń szybko rośnie wraz z natężeniem i ulega nasyceniu, gdy natężenie to przybiera odpowiednio duże wartości. Dzieje się tak dlatego, że liczba procesów emisji wymuszonej na przejściu $3 \rightarrow 0$ staje się porównywalna z liczbą procesów absorpcji na przejściu $0 \rightarrow 3$, co hamuje wzrost obsadzeń poziomu 3. Rysunki 13 a i b przedstawiają zależności różnicy gęstości obsadzeń, wyznaczonych z równania (19) od wartości gęstości strumienia fotonów pompy i pola wzmacnianego.

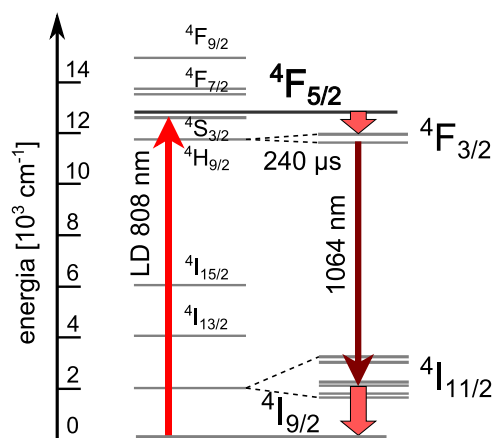
2.5. Kryształ Nd:YAG jako ośrodek wzmacniający i laserowy

Jednym z ośrodków wzmacniających, szeroko stosowanym w technice laserowej, są kryształy granatu alumińowo-itrowego (YAG – $Y_3Al_5O_{12}$) domieszkowane neodymem (Rys. 14a). Lasery

neodymowe działają we wszystkich modach generacji: impulsowo, ciągle, generacji impulsów gigantycznych czy synchronizacji modów.



(a)

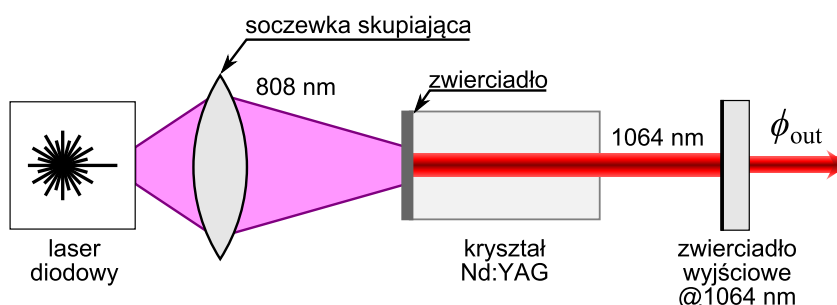


(b)

Rys. 14. (a) Kryształ Nd:YAG², oraz (b) diagram Jabłońskiego poziomów wykorzystywany w akcji laserowej.

Układem optycznie czynnym w takim kryształcie są jony Nd^{3+} , rozmieszczone w sieci krystalicznej YAG i wykazujące silną fluorescencję. Struktura poziomów energetycznych Nd^{3+} , zmodyfikowana oddziaływaniem z mikropolem sieci krystalicznej YAG, została przedstawiona na rysunku 14b. Przejścia laserowe ${}^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{11/2}$ zachodzą z emisją światła o długości fali $\lambda \approx 1064$ nm. Długi czas życia ($255 \mu\text{s}$) górnego stanu laserowego i krótki (≈ 30 ns) stanu dolnego sprzyjają uzyskiwaniu inwersji obsadzeń. Obsadzenie poziomu ${}^4F_{3/2}$ odbywa się poprzez pompowanie optyczne ze stanu podstawowego ${}^4I_{9/2}$ do stanu ${}^4F_{5/2}$ na długości fali $\lambda = 808$ nm. Z tego stanu populacja szybko relaksuje do stanu ${}^4F_{3/2}$ poprzez zderzenia z siecią krystaliczną (relaksacja fononowa). Dolny poziom laserowy jest położony około 2000 cm^{-1} ponad stanem podstawowym, dlatego jest stosunkowo słabo obsadzany w warunkach równowagi termodynamicznej, a ponadto jest on szybko opróżniany. Powyższe uwarunkowania sprawiają, że pompowanie jonów Nd^{3+} zachodzi bardzo podobnie jak w układzie 4-poziomowym.

Początkowo kryształy Nd:YAG były pompowane wysokociśnieniowymi lampami ksenonowymi. W takim przypadku jedynie niewielka ilość światła jest absorbowana, podczas gdy większość energii zostaje wydzielona w postaci ciepła. Obecnie lasery Nd:YAG pompowane są laserami diodowymi o długości fali $\lambda = 808$ nm, co zdecydowanie poprawia ich wydajność energetyczną. Pompowanie takie najczęściej odbywa się w konfiguracji podłużnej, tak jak to przedstawiono na rysunku 15.



Rys. 15. Konfiguracja podłużna lasera Nd:YAG.

²Zaczerpnięte ze strony <http://www.made-in-china.com/showroom/wendydongqh/product-detail.JqXxSKdYLuWw/China-ND-YAG-Laser-Rod.html>

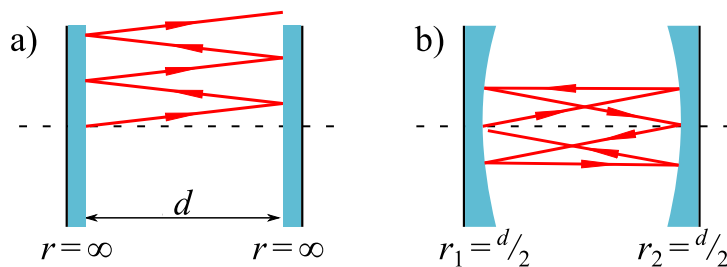
3. Rezonator optyczny

Chociaż ośrodek czynny z inwersją obsadzeń to potencjalne źródło światła laserowego, to jednak do powstania takiej „uporządkowanej” emisji potrzebny jest układ optyczny zwany rezonatorem. Rezonator spełnia rolę dodatniego sprzężenia zwrotnego dla promieniowania o określonej długości fali i kierunku propagacji. Spośród wielu możliwych kierunków świecenia i długości fal, wynikających z pasma wzmocnienia ośrodka czynnego, tylko promieniowanie o parametrach określonych przez rezonator będzie wzmocniane na tyle mocno, że nastąpi akcja laserowa.

Sprężenie zwrotne polega na wielokrotnym przejściu fotonów (wiązek świetlnych) przez ośrodek wzmacniający, co prowadzi do ich kaskadowego powielania na skutek emisji wymuszonej. Dzięki temu, generowane promieniowanie laserowe jest spójne.

3.1. Warunek stabilności rezonatora

Najprostszy rezonator – płasko-równoległy – złożony jest z dwóch równolegle ustawionych zwierciadeł płaskich. Tego typu konfiguracja jest jednak niezwykle wrażliwa na wszelkie niedokładności ustawienia zwierciadeł względem siebie. Ich niewielkie odchylenie sprawia, że promień świetlny wędruje w poprzek rezonatora i opuszcza go przez powierzchnie boczne.



Rys. 16. Bieg nierównoległego promienia świetlnego w rezonatorze płasko-równoległym (a) oraz sferycznym (b).

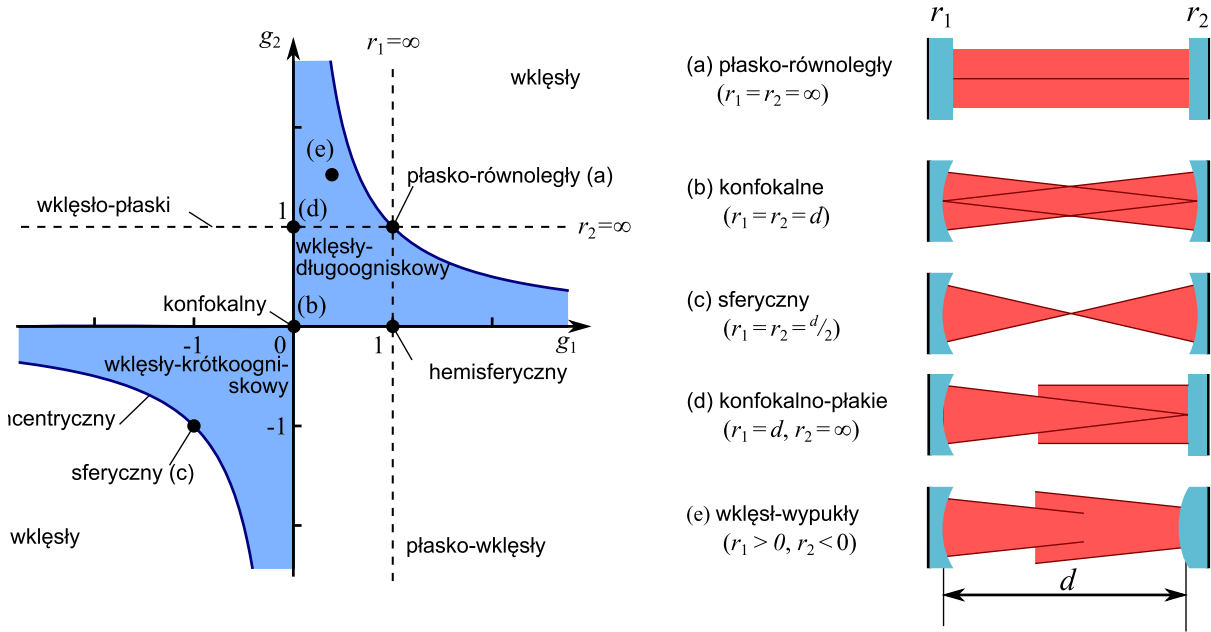
Rezonatory sferyczne, w odróżnieniu od płasko-równoległych, charakteryzują się znacznie większą stabilnością i dlatego są powszechnie stosowane w różnego typu laserach. Rezonator sferyczny składa się z dwóch zwierciadeł o promieniach krzywizny r_1 i r_2 umieszczonych w odległości d od siebie (patrz rysunek 16). Dany rezonator uważamy za stabilny, gdy istnieje dla niego zbiór promieni optycznych, które po dowolnej liczbie odbić nie opuszczają rezonatora, tzn. których tory ruchu są krzywymi zamkniętymi.

Rozważania na gruncie optyki geometrycznej, z zastosowaniem równań optyki macierzowej, prowadzą do następującego **warunku na stabilność rezonatora** (dokładne wyprowadzenie: patrz Dodatek A)

$$0 \leq g_1 \cdot g_2 \leq 1, \quad \text{gdzie} \quad g_1 = 1 - d/r_1, \quad g_2 = 1 - d/r_2. \quad (20)$$

Warunek ten w sposób graficzny został przedstawiony na rysunku 17, gdzie zacienione pola oznaczają takie konfiguracje parametrów g_1 i g_2 dla których rezonator zachowuje stabilność. Spośród rezonatorów przedstawionych na rysunku 17, największą stabilnością odznacza się symetryczny rezonator konfokalny, dla którego $r_1 = r_2 = d$ i wówczas $g_1 = g_2 = 0$.

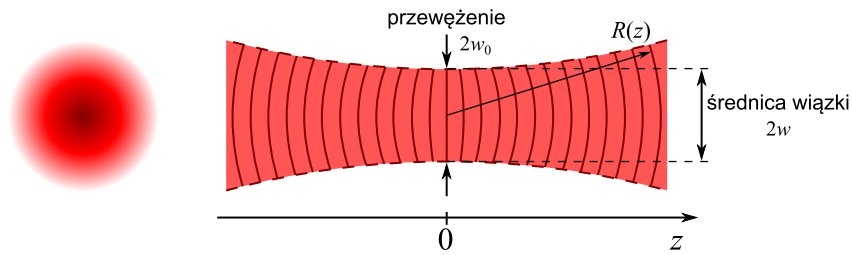
Dla danego rezonatora istnieją ściśle określone rozkłady pola promieniowania (w płaszczyźnie prostopadłej do osi rezonatora) zwane modami przestrzennymi, które są generowane, gdy rezonator ten jest wypełniony ośrodkiem laserowym. W przypadku wspomnianych już rezonatorów sferycznych pola takie odpowiadają tzw. wiązkom Hermite’a-Gaussa będących rozwiązaniami



Rys. 17. Diagram stabilności rezonatorów.

paraksjalnego równania Helmholtz'a. Najważniejszą z tych wiązek jest wiązka gaussowska (mod TEM_{00}) charakteryzująca się gaussowskim rozkładem natężenia.

3.2. Wiązka gaussowska jako mod rezonatora sferycznego



Rys. 18. Profil wiązki gaussowskiej.

Wiązka gaussowska to kołowo symetryczna fala, której energia skoncentrowana jest wokół kierunku propagacji, a normalne do frontu falowego są promieniami paraksjalnymi. W odległości z od jej przewężenia w_0 , natężenie w płaszczyźnie $x - y$ opisane jest rozkładem Gaussa

$$I = I_0 \left[\frac{w_0}{w(z)} \right]^2 \exp \left[\frac{-2(x^2 + y^2)}{w^2(z)} \right], \quad (21)$$

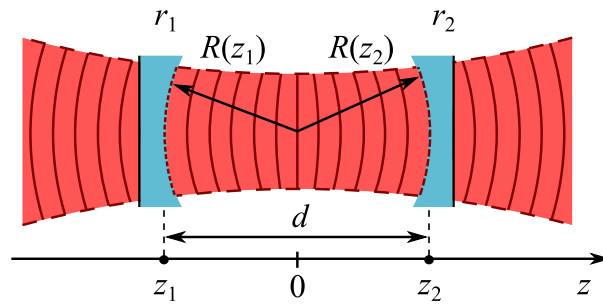
a jej promień wynosi $w(z) = w_0 \sqrt{1 + (z/z_0)^2}$, gdzie z_0 jest odległością Rayleigh'a, dla której front falowy jest najbardziej zakrzywiony. Szerokość wiązki $w(z)$ rośnie z odległością począwszy od wartości minimalnej w_0 . Promień krzywizny frontu falowego:

$$R(z) = z \left[1 + \left(\frac{z_0}{z} \right)^2 \right], \quad (22)$$

maleje od ∞ dla $z = 0$, do wartości minimalnej dla $z = z_0$, a następnie rośnie liniowo z odległością dla dużych z . Długość Rayleigh'a z_0 jest ściśle powiązana z przewężeniem i długością fali λ :

$$z_0 = \frac{\pi}{\lambda} w_0^2. \quad (23)$$

Po to, aby wiązka gaussowska była modem rezonatora, to odbita od zwierciadeł musi się poruszać po drodze wiązek padających. Taka sytuacja ma miejsce tylko wtedy, gdy na powierzchni zwierciadła promień krzywizny wiązki odpowiada krzywiznie zwierciadła. Dlatego, jeśli promienie krzywizny frontów falowych wiązki gaussowskiej w płaszczyznach oddalonych o d dokładnie odpowiadają promieniom krzywizn zwierciadeł umieszczonych w tych płaszczyznach, to wiązka padająca na pierwsze zwierciadło po odbiciu będzie się zawsze pokrywać ze sobą w drodze do drugiego zwierciadła i tak dalej. Wiązka podlega wówczas samouzgodnieniu w rezonatorze, spełnia równanie Helmholtza i warunki brzegowe nałożone przez zwierciadła.



Rys. 19. Dopasowanie profilu wiązki gaussowskiej do rezonatora.

Powyższe warunki można zapisać następująco:

$$\begin{aligned} R(z_1) &= z_1 + z_0^2/z_1 = r_1, \\ R(z_2) &= z_2 + z_0^2/z_2 = r_2, \end{aligned} \quad (24)$$

gdzie lewe i prawe strony równania opisują odpowiednio promienie krzywizny wiązki i zwierciadeł.

Na podstawie rysunku 19 i równań (24) można wyliczyć położenie zwierciadeł i promienie wiązki dla których to wartości wiązka stanowi mod rezonatora

$$z_1 = \frac{-d(-r_2 + d)}{r_1 - r_2 + d}, \quad z_2 = z_1 + d, \quad (25)$$

$$z_0 = \frac{-d(r_1 + d)(-r_2 + d)(r_1 - r_2 + d)}{(r_1 - r_2 + 2d)^2}. \quad (26)$$

Korzystając z równania (23) średnice wiązki na powierzchni zwierciadeł wynoszą

$$2w_i = 2w_0 \sqrt{1 + (z_i/z_0)^2}, \quad i = 1, 2. \quad (27)$$

Powyższe rozwiązanie opisuje wiązkę gaussowską, gdy $z_0^2 > 0$.

3.3. Straty w rezonatorze optycznym

Źródłem strat w rezonatorze są absorpcja w ośrodku czynnym oraz wzmocnienie opisywane za pomocą współczynnika osłabienia α_s (straty na jednostkę długości). Strumień fotonów po

przejściu w rezonatorze tam i z powrotem ulega osłabieniu o czynnik $\mathcal{R}_1\mathcal{R}_2e^{-2\alpha_s d}$, gdzie $\mathcal{R}_1$ i $\mathcal{R}_2$ są współczynnikami odbicia zwierciadeł. Całkowity współczynnik strat α_r wynosi:

$$e^{-2\alpha_r d} = \mathcal{R}_1\mathcal{R}_2e^{-2\alpha_s d} \quad (28)$$

$$\alpha_r = \alpha_s - \frac{\ln \mathcal{R}_1}{2d} - \frac{\ln \mathcal{R}_2}{2d} = \alpha_s + \frac{1}{2d} \ln \frac{1}{\mathcal{R}_1\mathcal{R}_2}. \quad (29)$$

4. Oscylacje laserowe

Akcja laserowa rozwija się gdy początkowe wzmocnienie ośrodka czynnego przewyższa straty w rezonatorze. W miarę wzrostu natężenia promieniowania laserowego, ośrodek wzmacniający ulega nasyceniu i współczynnik wzmocnienia maleje. W momencie, gdy wzmocnienie zrówna się ze stratami, osiągnięty zostaje stan równowagi i akcja laserowa zachodzi w sposób ciągły (stabilizuje się). Nasycony współczynnik wzmocnienia, którego wartość zależy od aktualnej wartości strumienia fotonów ϕ wypełniającego rezonator, jest wówczas równy stratom:

$$\gamma(\nu) = \frac{\gamma_0(\nu)}{1 + \phi/\phi_s(\nu)} = \alpha_r. \quad (30)$$

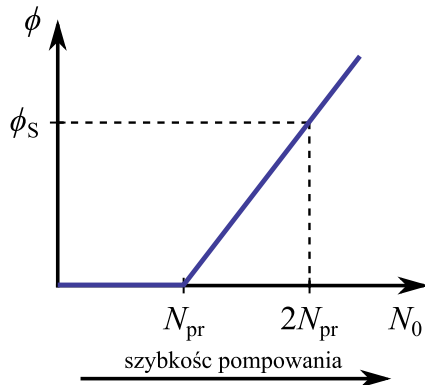
Tak więc gęstość strumienia fotonów w rezonatorze wynosi:

$$\phi = \begin{cases} \phi_s(\nu) (\gamma_0/\alpha_r - 1) & \gamma_0 > \alpha_r \\ 0 & \gamma_0 \leq \alpha_r \end{cases} \quad (31)$$

lub równoważnie

$$\phi = \begin{cases} \phi_s(\nu) (N_0/N_{pr} - 1) & N_0 > N_{pr} \\ 0 & N_0 \leq N_{pr} \end{cases}, \quad (32)$$

gdzie $N_{pr} = \alpha_r/\sigma$ jest progową różnicą obsadzeń. N_{pr} określa minimalną szybkość pompowania, niezbędną do osiągnięcia inwersji obsadzeń i akcji laserowej. Wraz ze wzrostem szybkości pompowania rośnie inwersja obsadzeń. W przypadku, gdy jest ona mniejsza niż wartość progowa, gęstość strumienia fotonów (laserowych) wynosi zero, ale niezerowy pozostaje strumień fotonów emisji spontanicznej. Powyżej wartości progowej, gęstość strumienia fotonów biorących udział w akcji laserowej jest wprost proporcjonalna do początkowej różnicy obsadzeń N_0 i narasta z szybkością pompowania R . Gdy $N_0 = 2N_{pr}$ to wówczas $\phi = \phi_s$, w takiej sytuacji wartość współczynnika wzmocnienia spada do połowy swojej maksymalnej wartości.



Rys. 20. Zależność gęstości strumienia fotonów od szybkości pompowania.

4.1. Gęstość strumienia fotonów na zewnątrz rezonatora

Promieniowanie laserowe, obserwowane na zewnątrz lasera, stanowi tylko część strumienia fotonów we wnętrzu rezonatora. Jeżeli przyjmiemy, że transmisja zwierciadła wyjściowego wynosi $\mathcal{T} = 1 - \mathcal{R}_1$ to gęstość strumienia fotonów wychodzących:

$$\phi_{\text{out}} = \mathcal{T} \cdot \frac{\phi}{2}. \quad (33)$$

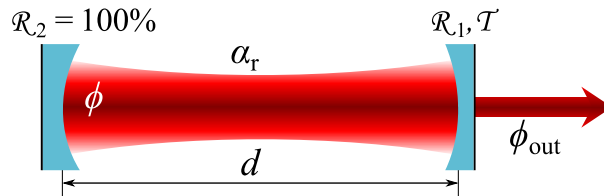
Natężenie światła laserowego odpowiadające temu strumieniowi wynosi:

$$I_{\text{out}} = h\nu \cdot \phi_{\text{out}} = h\nu \mathcal{T} \frac{\phi}{2}, \quad (34)$$

a jego moc

$$P_{\text{out}} = I_{\text{out}} \cdot A, \quad (35)$$

gdzie A to powierzchnia przekroju wiązki. Równania te, wraz z równaniem (31) pozwalają na obliczenie mocy optycznej wiązki laserowej na wyjściu lasera w zależności od takich parametrów jak: ϕ_s , N_0 , N_{pr} czy $\mathcal{T}$.



Rys. 21. Gęstość strumienia fotonów ϕ_{out} wydostająca się z rezonatora o długości d , współczynniku odbicia zwierciadeł $\mathcal{R}_2 = 100\%$, $\mathcal{R}_1$ oraz transmisji $\mathcal{T}$, oraz współczynniku strat α_r .

Aby wyprowadzić część strumienia fotonów na zewnątrz rezonatora jedno z jego zwierciadeł musi mieć niezerowym współczynnikiem transmisji. Wzrost współczynnika transmisji zwierciadła powoduje zwiększenie strumienia fotonów na wyjściu ale jednocześnie prowadzi też do wzrostu strat wewnątrz rezonatora. Innymi słowy, następuje zmniejszenie strumienia fotonów wewnątrz wnęki rezonansowej. Istnieje jednak pewna optymalna wartość współczynnika transmisji $\mathcal{T}$, dla której ϕ_{out} przyjmuje wartość maksymalną Zakładając, że $\mathcal{R}_1 = 1 - \mathcal{T}$, $\mathcal{R}_2 = 1$ oraz współczynnik strat

$$\alpha_r = \alpha_s - \frac{\ln \mathcal{R}_1}{2d} - \frac{\ln \mathcal{R}_2}{2d},$$

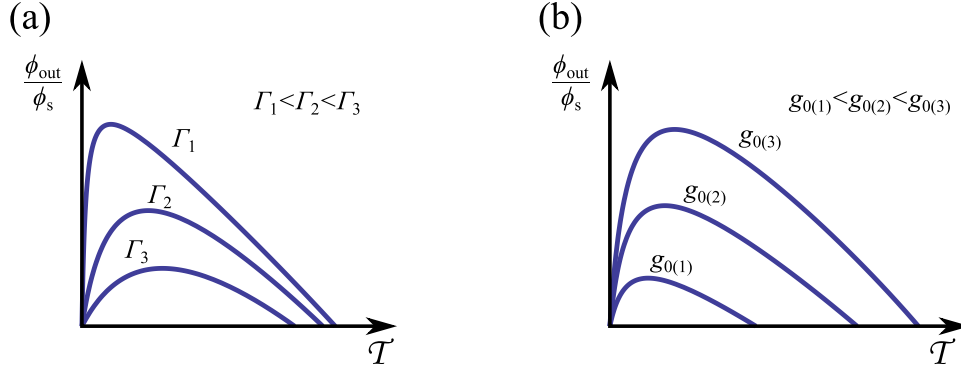
podstawiając te wartości do równania (38) otrzymujemy równanie na gęstość wyjściowego strumienia fotonów na zewnątrz rezonatora w zależności od transmisji jego zwierciadła

$$\phi_{\text{out}} = \phi_s \cdot \frac{\mathcal{T}}{2} \left(\frac{\gamma_0}{\alpha_r} - 1 \right) = \phi_s \cdot \frac{\mathcal{T}}{2} \left[\frac{2\gamma_0 d}{2\alpha_s \cdot d - \ln(1 - \mathcal{T})} - 1 \right]. \quad (36)$$

Wprowadzając $g_0 = 2\gamma_0 d$ i $\Gamma = 2\alpha_s d$ jako wzmocnienie i straty jakich doznaje strumień fotonów po dwukrotnym obiegu rezonatora, to powyższe równanie przybiera postać:

$$\phi_{\text{out}} = \phi_s \cdot \frac{\mathcal{T}}{2} \left[\frac{g_0}{\Gamma - \ln(1 - \mathcal{T})} - 1 \right]. \quad (37)$$

Zależność gęstości wyjściowego strumienia fotonów od współczynnika transmisji zwierciadła, dla różnych wartości wzmocnienia g_0 i strat Γ , przedstawiono na rysunku (22).



Rys. 22. Wykresy względnego strumienia wyjściowego ϕ_{out} w zależności od transmisji zwierciadła $\mathcal{T}$ dla różnych wartości strat ośrodka Γ (a) oraz wzmocnienia g_0 (b).

W celu wyznaczenia optymalnej wartości $\mathcal{T}$ posłużymy się przybliżeniem $\ln(1 - \mathcal{T}) \approx -\mathcal{T}$, gdy $\mathcal{T} \ll 1$ i wówczas

$$\phi_{out} = \phi_s \cdot \frac{\mathcal{T}}{2} \left(\frac{g_0}{\Gamma + \mathcal{T}} - 1 \right). \quad (38)$$

Strumień wyjściowy ϕ_{out} osiąga wartość maksymalną gdy

$$\frac{d\phi_{out}}{d\mathcal{T}} = 0 = \frac{\phi_s}{2} \left(\frac{g_0}{\Gamma + \mathcal{T}} - 1 - \frac{\mathcal{T} g_0}{(\Gamma + \mathcal{T})^2} \right). \quad (39)$$

Równanie to prowadzi do równania kwadratowego na $\mathcal{T}$, którego rozwiązaniami są

$$\mathcal{T}_{1,2} = -\Gamma \pm \sqrt{g_0 \Gamma}. \quad (40)$$

Ponieważ interesuje nas tylko $\mathcal{T} > 0$ dlatego:

$$\mathcal{T}_{opt} = \sqrt{g_0 \Gamma} - \Gamma. \quad (41)$$

Wartość strumienia fotonów na wyjściu dla optymalnego współczynnika transmisji wynosi

$$\phi_{out}^{opt}(\mathcal{T}_{opt}) \approx \phi_s \frac{\sqrt{g_0 \Gamma} - \Gamma}{2} \left(\frac{g_0}{\sqrt{g_0 \Gamma}} - 1 \right) = \frac{\phi_s}{2} (\sqrt{g_0} - \sqrt{\Gamma})^2. \quad (42)$$

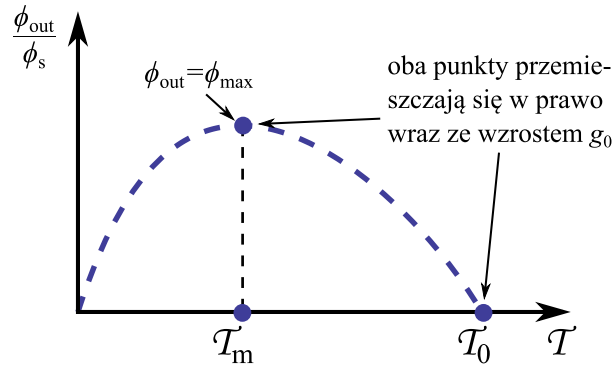
Wyznaczanie współczynnika strat oraz wzmocnienia

Na podstawie wykresu zależności strumienia wyjściowego ϕ_{out} od transmisji zwierciadła można określić optymalną wartość transmisji $\mathcal{T}_m$ oraz transmisję $\mathcal{T}_0$, dla której oscylacje laserowe ustają. Na podstawie powyższych wyliczeń, zależność optymalnej transmisji określa związek

$$\mathcal{T}_{opt} = \mathcal{T}_m = \sqrt{\Gamma}(\sqrt{g_0} - \sqrt{\Gamma}).$$

Dodatkowo, z wyrażenia (38) możemy wyliczyć

$$\begin{aligned} \frac{\phi_{out}}{\phi_s} &= \frac{\mathcal{T}}{2} \left(\frac{g_0}{\Gamma + \mathcal{T}} - 1 \right) = 0 \\ &\Downarrow \\ \left(\frac{g_0}{\Gamma + \mathcal{T}} - 1 \right) &= 0 \quad \Rightarrow \quad \mathcal{T}_0 = g_0 - \Gamma. \end{aligned}$$



Rys. 23. Charakterystyczne punkty potrzebne do wyznaczenia wartości współczynnika strat oraz wzmacnienia.

Otrzymaliśmy układ równań

$$\begin{cases} T_0 = g_0 - \Gamma \\ T_m = \sqrt{\Gamma}(\sqrt{g_0} - \sqrt{\Gamma}). \end{cases} \quad (43)$$

Rozwiązując powyższy układ równań dostaniemy

$$\Gamma = \frac{T_m^2}{T_0 - 2T_m}, \quad g_0 = \frac{(T_0 - T_m)^2}{T_0 - 2T_m}. \quad (44)$$

Wykonując pomiary przy różnych szybkościach pompowania, czyli różnych g_0 , powinniśmy dostrzec wzrost g_0 , natomiast Γ nie powinno ulegać zmianie, gdyż straty rezonatora są stałe, niezależne od pompowania.

Dodatek

A. Warunek stabilności rezonatora.

Stabilność rezonatora mówi o tym, kiedy wiązka wewnątrz wnęki nie deogniskuje się. Światło opuszcza rezonator przez zwierciadło wychodzące. Jeżeli natomiast wiązka deogniskuje się, a światło opuszcza rezonator powierzchniami bocznymi, mówimy wtedy o rezonatorze *astabilnym*. Na Rys 16. przedstawione zostały dwa przykłady rezonatorów, płaskorównoległy i konfokalny.

Rozważmy rezonator o długości d zbudowany ze zwierciadeł o promieniach krzywizny r_1 i r_2 oraz przyjmijmy, że współczynnik załamania ośrodka wewnątrz $n = 1$. Macierz opisująca odległość promienia od osi optycznej y_2 oraz kąt γ zawarty między nimi po jednym przejściu przez rezonator przyjmuje postać:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{r_1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{r_2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 - \frac{2d}{r_2} & 2d - \frac{2d^2}{r_2} \\ \frac{4d}{r_1 r_2} - \frac{2}{r_1} - \frac{2}{r_2} & 1 - \frac{2d}{r_1} - \frac{4d}{r_2} + \frac{4d^2}{r_1 r_2} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (45)$$

Po N przejściach w rezonatorze:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}^N = \frac{1}{\sin \Omega} \begin{bmatrix} A \sin(N\Omega) - \sin[(N-1)\Omega] & B \sin(N\Omega) \\ C \sin(N\Omega) & D \sin(N\Omega) - \sin[(N-1)\Omega] \end{bmatrix}, \quad (46)$$

gdzie

$$\cos \Omega = \frac{1}{2}(A + D), \quad \sin \Omega = \sqrt{1 - \frac{1}{4}(A + D)^2}.$$

Macierz (46) określa przesunięcie promienia względem osi optycznej i tangens kąta nachylenia promienia po N przejściach przez rezonator, stąd:

$$y_{(N+1)} = \frac{\{A \sin(N\Omega) - \sin[(N-1)\Omega]\}y_1 + B[\sin(N\Omega)]\gamma}{\sin \Omega}.$$

Jeżeli Ω jest rzeczywiste, to $y_{(N+1)}$ oscyluje. Promień porusza się w pobliżu osi optycznej. Dla kątów urojonych:

$$\sin \Omega = \sin(i\phi) = \frac{1}{2i}[\exp(-\phi) - \exp(\phi)] = i \sinh(\phi);$$

w tym przypadku zależność $y_{(N+1)}$ od N staje się funkcją hiperboliczną rosnącą do nieskończoności ze wzrostem N . Kąty muszą być rzeczywiste, dlatego musi zostać spełniony warunek:

$$|\cos \Omega| \leq 1.$$

Warunek stabilności najczęściej przyjmuje postać:

$$0 < g_1 g_2 < 1, \quad (47)$$

gdzie wielkości:

$$g_1 = 1 - \frac{d}{r_1}, \quad g_2 = 1 - \frac{d}{r_2}$$

nazywane są parametrami g rezonatora. Wykres $g_1(g_2)$ dla różnych rezonatorów przedstawia się w postaci tzw. diagramu stabilności (Rys. 17).

B. Mody podłużne i poprzeczne rezonatora laserowego

Rezonator laserowy działa jak filtr częstotliwości tak samo jak interferometry, w szczególności interferometr Fabry-Perot'a. W przypadku rezonatorów laserowych zastosowanie mają takie pojęcia jak przedział dyspersji $\nu_F = c/(2nd)$ czy finezja $\mathcal{F} = \pi\sqrt{|r|}/(1 - |r|)$; gdzie c – prędkość światła oraz $\mathcal{R}$ – amplitudowy współczynnik odbicia zwierciadeł. Pojęcie przedziału dyspersji w pełni charakteryzuje jakie częstotliwości światła powstają w rezonatorze. Finezja natomiast określa ich szerokość spektralną. W rezonatorze o odległości d pomiędzy zwierciadłami i współczynniku załamania ośrodka wypełniającego n możliwa jest generacja światła dla szeregu różnych częstotliwości równoodległych od siebie o wielkość ν_F . Każdej z tych częstotliwości odpowiada konkretny rozkład pola elektromagnetycznego fali świetlnej, który nazywamy *modem podłużnym rezonatora*.

Dla każdego modu podłużnego mogą również istnieć stabilne konfiguracje pola elektromagnetycznego w płaszczyźnie prostopadłej do osi optycznej rezonatora. Są to *mody poprzeczne*. Ich liczba zależy głównie od wymiarów poprzecznych ośrodka czynnego, a w ogólności od geometrii rezonatora.

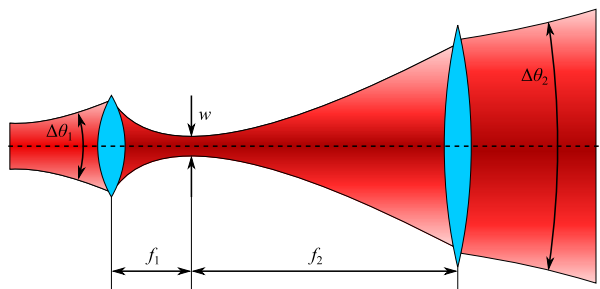
C. Własności wiązki laserowej

Wiązka światła nigdy nie jest dokładnie równoległa. Głównym ograniczeniem równoległości wiązki laserowej jest dyfrakcja. Dyfrakcyjną rozbieżność wiązki laserowej mierzoną w kącie bryłowym wyznaczamy ze wzoru:

$$\Delta\Omega \approx \frac{\lambda^2}{A},$$

gdzie A jest aperturą wyjścia lasera. Jest to wielkość rzędu pojedynczych sekund kąta, wiązka laserowa nie jest więc idealnie równoległa i nie można jej skupić w punkcie o nieskończenie małym promieniu, tak jak wynikałoby to z optyki geometrycznej.

Efektywnie stopień nieidealności wiązki laserowej można określić przez rozmiar plamki w miejscu ogniska. Wiązka gaussowska przechodząca przez soczewkę ulega w rzeczywistości *przewężeniu* i przybiera kształt przedstawiony jak na Rys. 24.



Rys. 24. Układ optyczny redukujący rozbieżność wiązki.

Średnica plamki, gaussowskiej wiązki laserowej, po skupieniu przez soczewkę zależy od rozbieżności wiązki ($\Delta\Theta$) oraz ogniskowej soczewki (f) i w przybliżeniu wynosi:

$$w_0 \approx f\Delta\Theta.$$

Powyższa zależność pozwala na skonstruowanie układu redukującego rozbieżność wiązki jak przedstawiono na Rys. 24. Odstępstwo od idealnej wiązki gaussowskiej dla rzeczywistej wiązki laserowej określa się parametrem jakości wiązki M^2 :

$$M^2 = \frac{w_r \tan \Delta\Theta_r}{w_G \tan \Delta\Theta_G} = \frac{w_r \tan \Delta\Theta_r}{\lambda/\pi}, \quad (48)$$

Parametr ten jest wielkością bezwymiarową i wyznacza się go odnosząc przewężenie rzeczywistej wiązki w_r i jej rozbieżność $\Delta\Theta_r$ do przewężenia w_G i rozbieżności $\Delta\Theta_G$ wyidealizowanej wiązki gaussowskiej. Parametr M^2 jest równy 1 dla idealnej wiązki gaussowskiej i im większą przyjmuje wartość tym słabsza jakość emitowanej wiązki.