

IM - 15

BADANIE PRZEWODNOŚCI ELEKTRYCZNEJ NANODRUTÓW

Cel ćwiczenia

Eksperymentalne wyznaczenie wartości podstawowego kwantu przewodności.

1. Wstęp teoretyczny

1.1 Klasyczna teoria przewodnictwa

Ruch elektronów przewodnictwa w polu elektrycznym o natężeniu E jest złożeniem ruchu, wynikającego z oddziaływania z fononami sieci i rozproszeń na domieszkach oraz ruchu wywołanego przez pole elektryczne (nazywane dalej unoszeniem).



W klasycznej teorii przewodnictwa elektrony te traktowane są jako idealny niezdegenerowany gaz. Teoria ta zakłada, że:

- między zderzeniami elektrony poruszają się jak klasyczne cząstki, na które oddziałuje tylko zewnętrzne pole elektryczne,
- nie ma oddziaływań elektron-elektron,
- czas trwania rozproszeń jest zanedbywalnie mały, rozproszenia te są niezależne i występują z prawdopodobieństwem $\frac{1}{\tau}$ na jednostkę czasu (τ - czas relaksacji).

Obliczmy teraz wyrażenie na przewodność elektryczną właściwą w tym modelu.

Elektron znajdujący się w polu elektrycznym zmienia swój pęd zgodnie ze wzorem

$$\Delta p = F\Delta t = eE\Delta t \quad (1)$$

gdzie e oznacza ładunek elementarny a E natężenie pola elektrycznego.

Ponieważ kolejne zderzenia elektronów są niezależne, więc w średnim czasie τ pomiędzy zderzeniami elektron uzyskuje pęd

$$p(\tau) = mv_u = eE\tau \quad (2)$$

gdzie v_u jest prędkością unoszenia a m masą elektronu. Stąd, otrzymujemy wyrażenie na średnią prędkość unoszenia elektronów: $v_u = \frac{eE\tau}{m}$. Korzystając ze wzoru na gęstość prądu elektrycznego: $J = n_e e v_u$ oraz z faktu, że gęstość prądu elektrycznego jest zależna od natężenia pola elektrycznego ($J = G_{wl} E$) otrzymujemy wyrażenie na przewodność elektryczną właściwą postaci:

$$G_{wl} = \frac{n_e e^2 \tau}{m} \quad (3)$$

gdzie n_e oznacza koncentrację elektronów.

Model ten zawiera oczywiście szereg uproszczeń. Zasadniczym aspektem, na który należy zwrócić uwagę jest fakt, że w myśl tego modelu nie ma właściwie żadnych ograniczeń na wielkość przewodności i może ona przyjmować dowolne wartości. Okazuje się jednak, że w nanoskali założenia powyższego modelu nie mogą być już spełnione - pojawia się balistyczny transport elektronów odpowiedzialny za zupełnie odmienne własności przewodnika. Model ten sprawdza się bowiem, gdy rozmiary przewodnika spełniają zależności

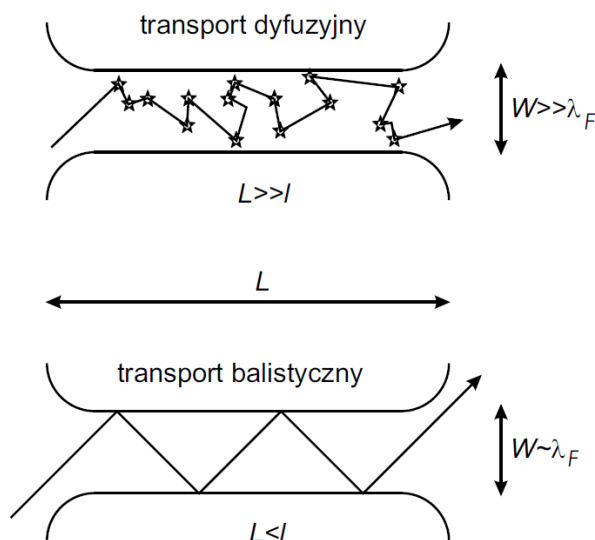
$$L \gg l \quad \text{i} \quad W \gg \lambda_F \quad (2)$$

gdzie L i W oznaczają odpowiednio długość i szerokość przewodnika, l jest średnią drogą swobodną elektronów w danym materiale, a λ_F długością fali Fermiego.

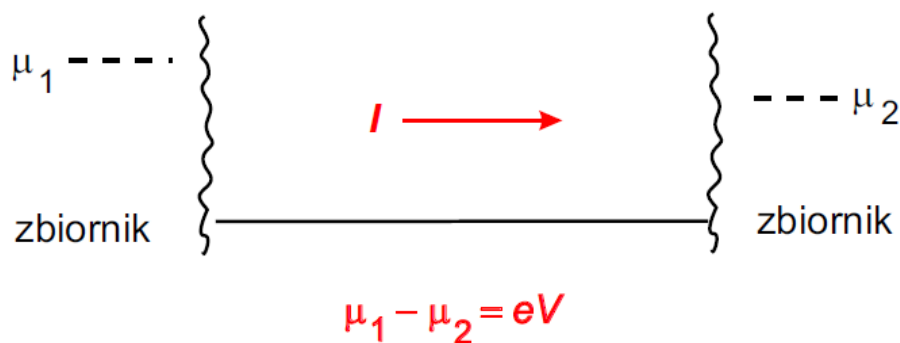
1.2 Balistyczny transport elektronów

Balistyczny transport elektronów ma miejsce, gdy wymiary przewodnika spełniają zależności

$$L < l, \quad W \approx \lambda_F \quad (3)$$



Rysunek 1. Transport dyfuzyjny i balistyczny.



Rysunek 2. Dwa zbiorniki elektronów o różnych potencjałach chemicznych połączone idealnym jednowymiarowym złączem.

W takich warunkach nie występują procesy rozpraszania elektronów i przewodnik staje się swego rodzaju falowodem dla funkcji falowej elektronów przewodnictwa (Rysunek1).

Zagadnienie idealnego złącza łączącego dwa obszary wypełnione elektronami po raz pierwszy opisał Landauer w roku 1957 [2], przy czym jego opis dotyczył drutu jednowymiarowego.

Rozważmy dwa obszary wypełnione elektronami, przy czym potencjały chemiczne elektronów wynoszą odpowiednio μ_1 i μ_2 - sytuację ilustruje Rysunek 2. Do opisu zachowania elektronów przewodnictwa zastosujemy model gazu elektronów swobodnych Fermiego, a rozważania przeprowadzimy dla temperatury 0 K. Natężenie prądu płynącego przez złącze wynosi

$$I = ev_F(\mu_1 - \mu_2) \frac{\partial n}{\partial E} \quad (4)$$

gdzie v_F oznacza prędkość elektronów na powierzchni Fermiego, natomiast $\frac{\partial n}{\partial E}$ gęstość stanów kwantowych, które zajmują elektrony przewodnictwa. W przewodnictwie prądu rozważamy elektrony z powierzchni Fermiego, bo są one najslabiej związane i jako pierwsze ulegają „unoszeniu” w wyniku działania pola elektrycznego. Gęstość stanów, które zajmują elektrony przewodnictwa, $\frac{\partial n}{\partial E}$, można wyznaczyć korzystając z zależności $\frac{\partial n}{\partial E} = \frac{\partial n}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial E}$.

W modelu jednowymiarowych (studnia potencjału ze ścianami o nieskończonej wysokości i dnie o szerokości L) wektor falowy elektronów, k , przyjmuje wartości dyskretne $Lk = 2\pi n$. Przyjmując dla prostoty wartość jednostkową dla długości L oraz uwzględniając fakt, że w danym stanie kwantowym mogą znajdować się dwa elektrony ze spinem „w górę” i „w dół” otrzymamy zależność: $\frac{\partial n}{\partial k} = \frac{1}{\pi}$ (bo $n = \frac{1}{2\pi} k$). Korzystając następnie z relacji dyspersji dla swobodnego elektronu: $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ (stąd $k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$) otrzymujemy, że gęstość stanów w modelu jednowymiarowym wynosi

$$\frac{\partial n}{\partial E} = \frac{2}{\hbar v_F} \quad (5)$$

gdzie $v_F = \sqrt{\frac{2E}{m}}$ (prędkość elektronu o energii E)

Napięcie przed połączeniem pomiędzy obszarami jest związane z potencjałami chemicznymi zależnością

$$eV = \mu_1 - \mu_2 \quad (6)$$

stąd ze wzoru (4) otrzymujemy

$$I = \frac{2e^2}{h} V, \quad (7)$$

z którego wynika, że przewodność złącza wynosi

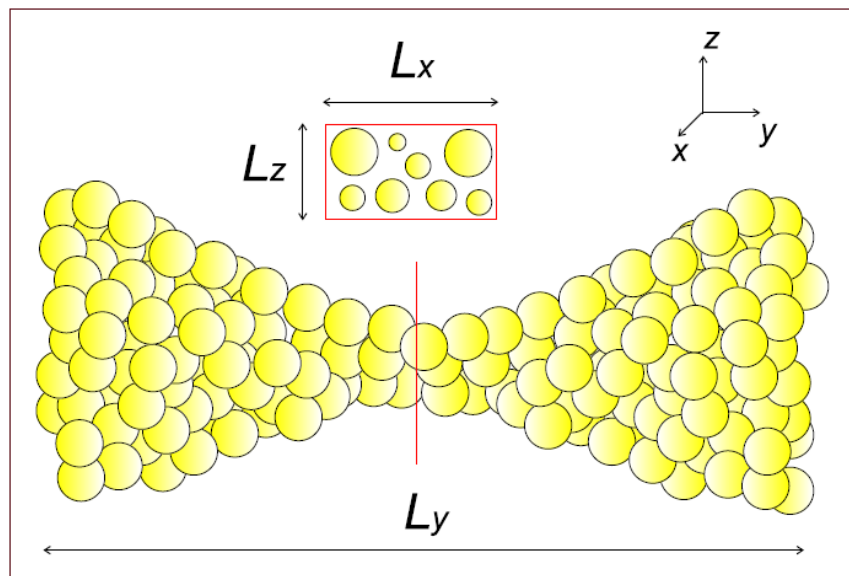
$$G_0 = \frac{2e^2}{h} \quad (8)$$

Ponieważ w rzeczywistości przewodniki są trójwymiarowe to należałoby jednak przeanalizować właśnie przypadek trójwymiarowy. W niniejszym opracowaniu oparto się na analizie zamieszczonej w [1]. Rozważania te zostaną poniżej pokrótce przedstawione.

Przyjmujemy następujące założenia:

- do opisu zachowania elektronów przewodnictwa stosujemy model gazu elektronów swobodnych Fermiego,
- wprowadzamy prostokątny kartezjański układ współrzędnych, długość złącza przyjmujemy w kierunku osi y , szerokość złącza w kierunkach osi x i z ,
- złącze jest ograniczone nieskończonymi barierami potencjału w kierunku osi x i z (czyli dla danego y elektrony uwięzione są w dwuwymiarowej studni potencjału o nieskończonych brzegach), przekrój poprzeczny złącza jest prostokątem o wymiarach $L_x(y) \times L_z(y)$,
- zakładamy, że zachowanie funkcji falowej w kierunku osi x i z zmienia się powoli wraz ze zmianą y ,
- rozważania dotyczą temperatury 0 K.

Złącze takie przedstawia Rysunek 3.



Rysunek 3. Schemat nanozłącza.

Aby znaleźć wyrażenie opisujące przewodność złącza należy przeanalizować zachowanie funkcji falowej elektronów przewodnictwa. Wykonujemy najpierw separację zmiennych w równaniu Schrödingera

$$\psi(x, y, z) = \sum_n \chi_{y,n}(x, z) \varphi_n(y) \quad (9)$$

gdzie funkcje $\chi_{y,n}$ są rozwiązaniami dwuwymiarowego równania Schrödingera

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + V(x, y_0, z) \right] \chi_{y_0, n}(x, z) = E_n^\perp(y_0) \chi_{y_0, z}(x, z) \quad (10)$$

Równanie na funkcje φ_n jest bardziej skomplikowane (jego postać nie będzie zresztą nam potrzebna) i w ogólności okazuje się, że funkcje φ_n dla różnych n są ze sobą sprzęgnięte. Otrzymujemy układ sprzężonych równań różniczkowych. Okazuje się jednak, że w sytuacji gdy zachowanie funkcji falowej w kierunku osi x i z zmienia się powoli wraz ze zmianą y możemy zaniedbać człony sprzęgające i układ równań rozpada się na niezależne równania. Ze względu na przyjęte założenia taką sytuację przeanalizujemy.

W procesie przewodzenia prądu mogą brać udział tylko elektrony obsadzające stany znajdujące się w pobliżu powierzchni Fermiego, więc

$$E_n^\perp + \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m} = E_F \quad (11)$$

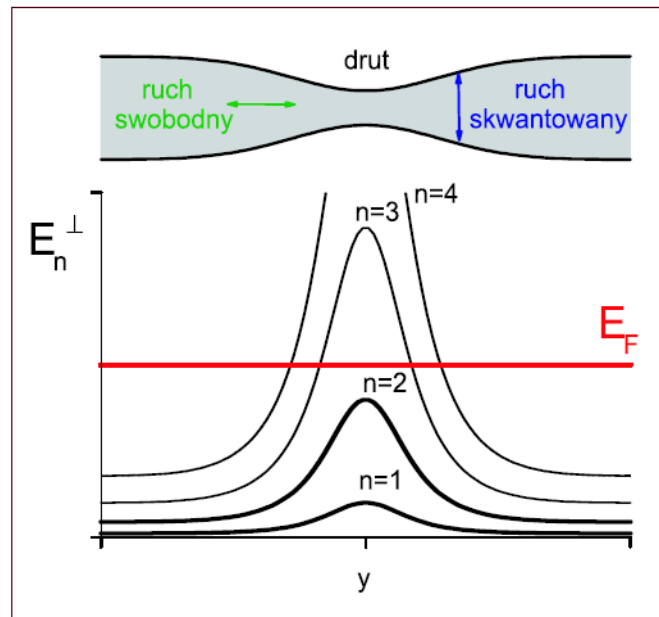
gdzie E_n^\perp oznacza energię ruchu poprzecznego (w stosunku do złącza) elektronów, a k_n składową wektora falowego wzdłuż złącza. Okazuje się, że w przedstawionej sytuacji możliwe jest analityczne znalezienie wartości własnych energii modów poprzecznych elektronów

$$E_n^\perp(y) = \frac{\hbar^2}{8m} \left[\frac{n_x^2}{L_x^2(y)} + \frac{n_z^2}{L_z^2(y)} \right] \quad (12)$$

Z powyższych rozważań można wyciągnąć interesujące wnioski. Okazuje się bowiem, że gdy szerokość złącza maleje, to wartości własne energii poszczególnych modów poprzecznych podnoszą się, co jest po prostu własnością nieskończonej studni potencjału. Płyne stąd wniosek, że decydujące znaczenie dla przewodności złącza mają jego wymiary w największym miejscu. Zauważmy bowiem, że spełnienie Równania 11 wymaga by

$$E_n^\perp \leq E_F \quad (13)$$

ze względu na nieujemność energii kinetycznej. Ponieważ zaś wartości własne są największe w największym miejscu przewodnika, więc szerokość przewodnika w tym miejscu wyznacza tzw. otwarte kanały, czyli takie mody poprzeczne, że będące w nich elektrony mogą przejść przez złącze. Tylko takie elektrony mogą brać udział w przewodnictwie. Przedstawione rozumowanie ilustruje Rysunek 4 (dla ułatwienia przyjęto, że złącze jest płaskie, tzn. ma niezerową szerokość i zerową grubość).



Rysunek 4. Ilustracja ukazuje zamknięte (3,4) i otwarte (1,2) kanały przewodnictwa.

Ostatecznie przewodność elektryczna złącza wyraża się następująco

$$G = NG_0 = N \frac{2e^2}{h} \quad (14)$$

gdzie N jest liczbą otwartych kanałów, a $G_0 = \frac{2e^2}{h}$ jest podstawowym kwantem przewodności.

Widzimy więc, że przewodność w nanoskali przyjmuje tylko dyskretne wartości będące wielokrotnością G_0 i co więcej przewodność nie zależy ani od rodzaju przewodnika, ani od jego długości (o ile tylko zachodzi balistyczny transport elektronów). Wartość liczbowa G_0 wynosi

$$G_0 \approx \frac{1}{12907\Omega} \quad (15)$$

Warto na koniec zauważyć ciekawą własność transportu balistycznego. Otóż w klasycznej teorii przewodność odcinka przewodnika o długości l i powierzchni przekroju poprzecznego s wynosi

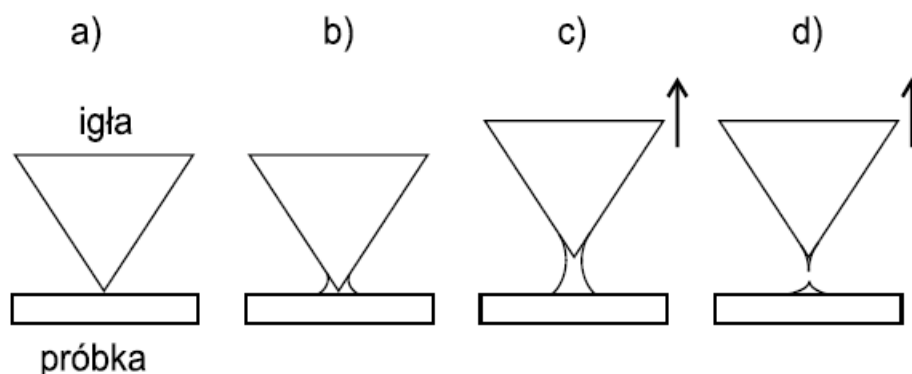
$$G_0 = \frac{sG_{wl}}{l} \quad (16)$$

Oznacza to, że zależy ona zarówno od długości jak i szerokości przewodnika, a także od rodzaju materiału, z którego przewodnik jest wykonany (ta ostatnia zależność tkwi w przewodności właściwej). Natomiast dla nanozłącza, w którym transport elektronów ma

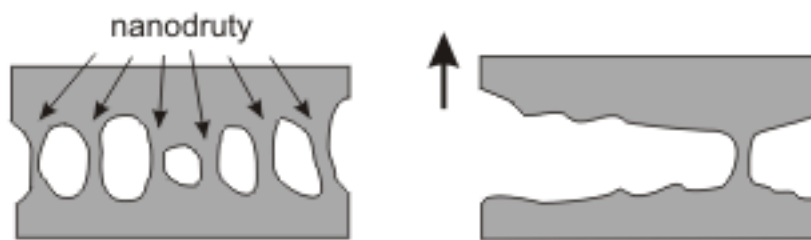
charakter balistyczny, przewodność zależy jedynie od szerokości złącza (i to w dodatku skokowo). Nie zależy ona ani od jego długości, ani od rodzaju materiału, z którego wykonane jest złącze.

2 Metoda pomiaru

Kluczową sprawą badań kwantowania przewodności w układach nanoskopowych jest możliwość utworzenia struktur o rozmiarach odpowiadających warunkowi obserwacji zjawiska kwantowego, czyli $L < l$ oraz $W \propto \lambda_F$. Kwantowanie przewodności elektrycznej zostało po raz pierwszy zaobserwowane w dwuwymiarowym gazie elektronów (2DEG) przez B. J. van Weesa w roku 1988 [3]. W kolejnych badaniach wykorzystywano skaningowy mikroskop tunelowy (STM) [4]. Tworzenie nanodrutu odbywało się w sposób przedstawiony na Rysunku 5: a) rejestrowano prąd tunelowania (próbka była skanowana przed właściwą częścią doświadczenia), b) wymuszano kontakt igły z próbką, c) tak utworzony kontakt metaliczny przewężano i rozciągano poprzez odsuwanie igły od powierzchni próbki aż do



Rysunek 5. Zastosowanie skaningowego mikroskopu tunelowego do tworzenia nanodrutów.



Rysunek 6. Ostatni nanodrut przed rozerwaniem połączenia pomiędzy makroskopowymi elektrodami formuje się w podobny sposób jak między igłą i próbką w mikroskopie STM.

inną metodą tworzenia nanodrutów jest kontakt makroskopowych elektrod. J. L. Costa-Krämer [5], który badał zjawisko kwantowania przewodności w nanodrutach formowanych między elektrodami mikro- i makroskopowymi, zasugerował, że niezależnie od

początkowego kształtu i rozmiaru elektrod ostatni nanodrut przed rozerwaniem połączenia pomiędzy elektrodami formuje się w podobny sposób (Rysunek 6). Takie podejście potwierdza możliwość stosowania w badaniach kwantowania przewodności układów znacznie prostszych niż mikroskop STM.

Najprostszą realizacją układu do badania kwantowania przewodności między elektrodami makroskopowymi jest zastosowany przez J. L. Costa-Krämera układ składający się z dwóch opartych o siebie złotych drutów. W wyniku ich drgań kontakt między elektrodami jest cyklicznie tworzony i niszczone. Przy utrzymaniu stałego napięcia na złączu i rejestracji prądu płynącego przez układ w funkcji czasu, można zaobserwować skokowe zmiany natężenia prądu, które odpowiadają skokowym zmianom przewodności elektrycznej ewoluującego złącza.

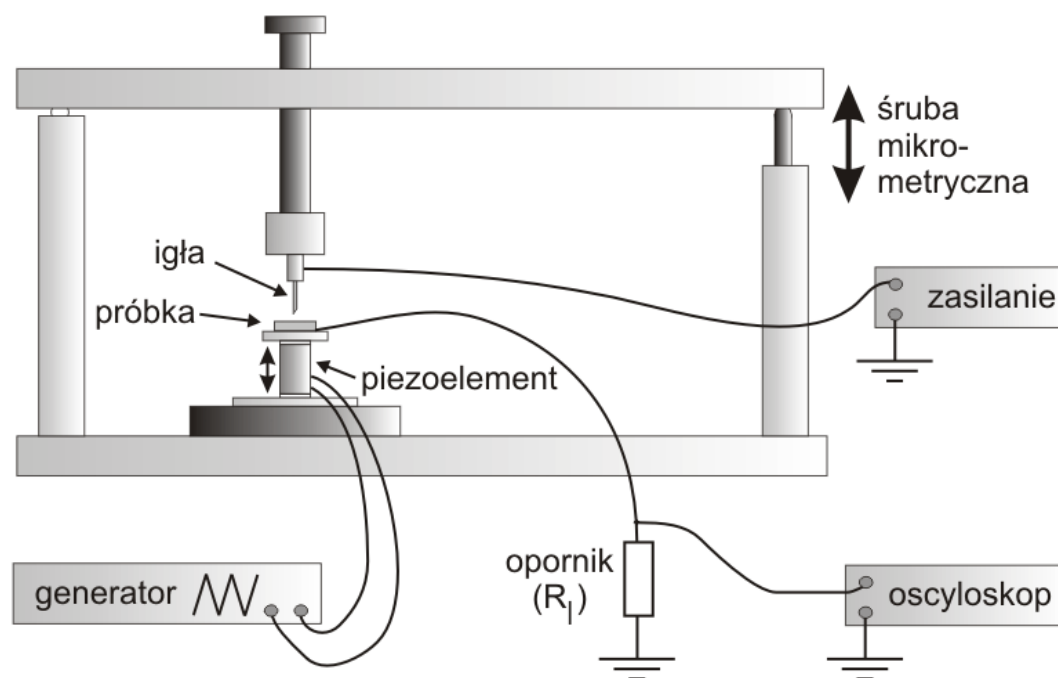
Zastosowana w doświadczeniu metoda pomiaru, opisana poniżej, stanowi kompilację dwóch powyżej przedstawionych metod, tzn. zastosowania skaningowego mikroskopu tunelowego i kontaktu makroskopowych elektrod. Nanodruty były tworzone podobnie jak w układzie STM, poprzez zmianę (z zastosowaniem piezoelementu) odległości między igłą i próbką. Ruch igły względem próbki powtarzał się cyklicznie. Po zbliżeniu się, utworzeniu się kontaktu, uformowaniu nanodrutu i następnie jego zerwaniu cały cykl zaczynał się od początku. Z powodu częstego wymuszania uderzeń igły w próbkę, co powodowało zmianę kształtu i rozmiaru tworzonego kontaktu, należy założyć, że kontakt odpowiadający sytuacji b) na Rysunku 5 był kontaktem makroskopowym. Następnie przy oddalaniu się igły następował proces przedstawiony na Rysunku 6, gdzie w momencie poprzedzającym zerwanie ostatniego nanodrutu można było zaobserwować skokowe zmiany przewodności. Nanodruty formowane były więc w sposób dynamiczny. Pozwalało to także ominąć trudności wynikające z braku izolacji układu doświadczalnego od bardzo trudnych do wytłumienia drgań o częstotliwości rzędu kilku Hz, ponieważ rejestracja czasowego przebiegu prądu (lub innej wielkości z nim związanej) odbywała się w czasie znacznie krótszym niż okres wspomnianych drgań.

3 Układ doświadczalny

Zastosowany układ doświadczalny przedstawiono schematycznie na Rysunku 7. Całość wbudowana jest w masywny statyw, do którego ramienia w sposób trwały dla warunków doświadczenia zamontowana jest igła. Jej położenie można regulować jedynie śrubą mikrometryczną. Próbka została osadzona na piezoelemencie, co pozwala na dokładną

zmianę jej położenia. Zastosowano piezoelement składający się z wielu szeregowo (i naprzemiennie) złożonych piezokryształów, co pozwala na uzyskanie stosunkowo dużych odkształceń przy dość niskich napięciach. Dla przyłożonego napięcia 100V zastosowany „piezostack” wydłuża się o 6 μm . Podczas doświadczenia wykorzystuje się złotą próbkę przygotowaną poprzez rozgniecenie czystego, złotego drutu. Przygotowanie igły polega jedynie na przycięciu złotego drutu.

Na piezoelement podaje się sygnał trójkątny, który wymusza ciągłe, wzajemne przybliżanie i oddalanie się igły i próbki. Szeregowo do złącza igła-próbka włączony jest opornik R_I , dzięki któremu można określić wartość natężenia prądu płynącego przez złącze, a stąd także jego przewodność.

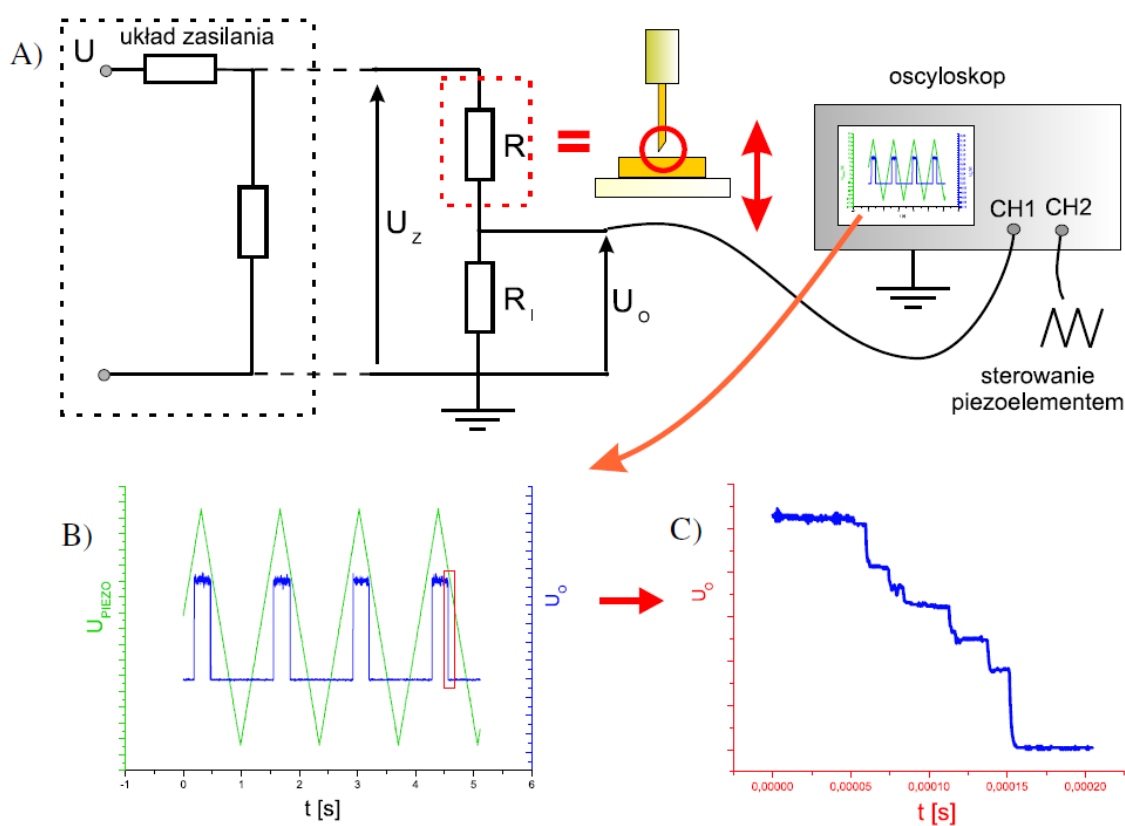


Rysunek 7. Schemat zastosowanego układu doświadczenia.

W praktyce, w tym celu obserwuje się na ekranie oscyloskopu czasowy przebieg spadku potencjału na oporniku R_I . Proces zbierania przebiegów czasowych powyższego spadku potencjału odpowiadających ewolucji czasowej przedstawia Rysunek 8.

Zastosowany układ doświadczenia z elektronicznego punktu widzenia jest dzielnikiem napięcia zbudowanym z oporu R będącego oporem złącza igła-próbka oraz oporu R_I . Układ

jest zasilany stałym, stabilizowanym napięciem U_Z (Rysunek 8). W przypadku gdy na jeden kanał oscyloskopu podamy sygnał sterowania piezoelementem (przebieg trójkątny), natomiast na drugi kanał spadek potencjału na oporniku R_I , to na ekranie oscyloskopu zobaczymy przebieg przedstawiony na Rysunku 8a. Obserwowany sygnał prostokątny związany jest ze skokowym (w tej skali czasu) procesem tworzenia i niszczenia kontaktu między igłą i próbką. Jeżeli dokonamy zmiany skali czasu i tym samym skoncentrujemy się na zaznaczonym fragmencie, to będziemy mogli dostrzec skokowe zmiany rejestrowanej wielkości (Rysunek8b).



Rysunek 8. Proces akwizycji przebiegów czasowych spadku potencjału na oporniku R_I .

Pozostaje więc jedynie odwikłać z rejestrowanych danych, odpowiadających napięciu na oporniku R_I , wartość przewodności złącza igła-próbka. Jak już wspomniano, układ stanowi dzielnik napięcia. Zatem napięcie rejestrowane przez oscyloskop U_0 związane jest z napięciem zasilania U_Z i występującymi oporami w układzie poprzez związek

$$U_0 = \frac{R_I}{R + R_I} U_Z.$$

Stąd

$$\sigma = \frac{1}{R} = \frac{1}{R_I} \frac{U_0}{U_Z - U_0} \quad (17)$$

Zatem w przypadku znajomości U_Z i R_I przewodność jest jednoznacznie określona.

Literatura

- [1] M. Brandbyge et al., Phys. Rev. B 52 8499 (1995)
- [2] R. Landauer, IBM J. Res. Dev. 1, 223 (1957)
- [3] B. J. van Wees et al., Phys. Rev. Lett. 60, 848 (1988)
- [4] Pascual J. I. et al., Phys. Rev. Lett. 71, 1852 (1993)
- [5] J. L. Costa-Krämer et al., Phys. Rev. B. 55, 5416 (1997)

Program ćwiczenia

1. Ustawić parametry układu pomiarowego potrzebne do uzyskanie cyklicznego powstawania i zrywania kontaktu elektrycznego w układzie igła-próbka (Rys. 7).

W tym celu:

- podać na piezoelement napięcie piłokształtne (wytwarzane w generatorze impulsów i wzmacnione we wzmacniaczu napięciowym) o częstotliwości kilku herców i amplitudzie U_{PIEZO} około 25 V – sygnał obserwować na kanale nr 2 oscyloskopu;
- ustalić wartość napięcia U_Z (zakres $0 \div 1$ V) polaryzującego układ igła-próbka;
- na kanale nr 1 oscyloskopu obserwować spadek napięcia U_0 na oporniku R_1 podłączonym szeregowo do układu igła-próbka;
- za pomocą śruby mikrometrycznej zbliżyć igłę do powierzchni próbki na odległość, dla której cyklicznie powstaje i zrywany jest kontakt elektryczny pomiędzy igłą i próbka; napięcie 0 V na kanale nr 1 oscyloskopu odpowiadać będzie brakowi kontaktu między igłą i próbka natomiast wartość U_Z będzie obserwowana w momencie wystąpienia zwarcia między igłą i próbka (Rys. 8b).

2. Wykonać serię pomiarów zależności spadku napięcia U_0 na oporniku R_1 w funkcji czasu, dla procesu zrywania kontaktu pomiędzy igłą i próbka (Rys. 8c).

Opracowanie wyników

1. Zmierzyć wartość napięcia U_Z , polaryzującego układ igła-próbka.
2. Zmierzyć wartość opornika R_1 , podłączonego szeregowo z układem igła-próbka, na których wyznacza się spadek napięcia.
3. Z zarejestrowanej serii charakterystyk czasowych spadków napięcia U_0 w procesie zrywania kontaktu wyznaczyć wartości napięć opowiadających kolejnym kwantom przewodności. Wyniki przedstawić w formie histogramu.
4. Wyznaczyć wartość podstawowego kwantu przewodności.

Aparatura

1. Układ igła – próbka.
2. Zasilacz napięcia stałego polaryzującego układ igła-próbka.
3. Generator impulsów piłokształtnych wraz ze wzmacniaczem.
4. Oscyloskop.

Tematy do kolokwium

Klasyczna teoria przewodnictwa elektrycznego i prawo Ohma
Balistyczny transport elektronów
Efekt piezoelektryczny

Materiały

- S. Godlewski, A. Tekiel, *Kwantowanie przewodności elektrycznej w nanodrutach*, Foton 90 (2005) str. 35.
- W. Nawrocki, M. Wawrzyniak, *Zjawiska kwantowe w metrologii elektrycznej*, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej (książka dostępna w bibliotece AGH).
- C. Kittel, *Wstęp do fizyki ciała stałego*.