



Badanie modeli powierzchni krystalicznych metodami dyfrakcyjnymi

Natanael Spisak

Instytut Fizyki, Uniwersytet Jagielloński, Kraków

Streszczenie

W ramach ćwiczenia otrzymano obrazy dyfrakcyjne dwuwymiarowych modeli odpowiadających powierzchniom krystalicznym o różnych symetriach. Dyfraktogramy zostały porównane z obrazami rzeczywistymi siatek. W tym celu dokonano komputerowej obróbki otrzymanych obrazów wykorzystując numeryczną transformatę Fouriera. Analizując obrazy dyfrakcyjne możemy uzyskać informację o geometrii sieci modelu powierzchni.

Wprowadzenie

- Dla dwuwymiarowej sieci krystalicznej zdefiniowanej przez wektory translacji $\vec{a}_1$ i $\vec{a}_2$ definiujemy sieć odwrotną poprzez wektory translacji $\vec{b}_i$ spełniające relację $\vec{b}_i \cdot \vec{a}_j = 2\pi\delta_{ij}$, $i, j = 1, 2$:

$$\vec{b}_1 = \frac{2\pi}{|\vec{a}_1| \sin \varphi} \vec{a}_2, \quad \vec{b}_2 = \frac{2\pi}{|\vec{a}_2| \sin \varphi} \vec{a}_1 : \vec{a}_i \perp \vec{a}_j, \quad |\vec{a}_i| = 1, \quad (1)$$

wprowadzono tu oznaczenie na miarę kąta pomiędzy wektorami $\vec{a}_1$ i $\vec{a}_2$: $\angle(\vec{a}_1, \vec{a}_2) = \varphi$.

- Uśredniona w czasie amplituda fali podlegającej interferencji na dwuwymiarowej siatce w płaszczyźnie xy , mierzona w odległym od niej punkcie w kierunku $k = (k_x, k_y, k_z)$, z dokładnością do stałego czynnika A_0 spełnia

$$\frac{A(k)}{A_0} = \int_{\text{siatka}} f(x, y) e^{-i(k_x x + k_y y)} dx dy = B \int_{\text{kom. element.}} f(x, y) e^{-i(k_x x + k_y y)} dx dy. \quad (2)$$

Funkcja $f(x, y)$ to tzw. funkcja transmisji maski, szukana amplituda $A(k)$ jest proporcjonalna do transformaty Fouriera tej funkcji. Przez B oznaczono czynnik zależny od geometrii modelu powierzchni. Natężenie fali jest proporcjonalne do kwadratu modułu amplitudy: wkład do natężenia z całki po komórce elementarnej decyduje o względnym natężeniu refleksów, rozważmy czynnik zależny od geometrii sieci:

$$|B|^2 = \left(\frac{\sin^2 \left(\frac{N}{2} (k_x, k_y) \cdot \vec{a}_1 \right)}{\sin^2 \left(\frac{1}{2} (k_x, k_y) \cdot \vec{a}_1 \right)} \right) \left(\frac{\sin^2 \left(\frac{M}{2} (k_x, k_y) \cdot \vec{a}_2 \right)}{\sin^2 \left(\frac{1}{2} (k_x, k_y) \cdot \vec{a}_2 \right)} \right). \quad (3)$$

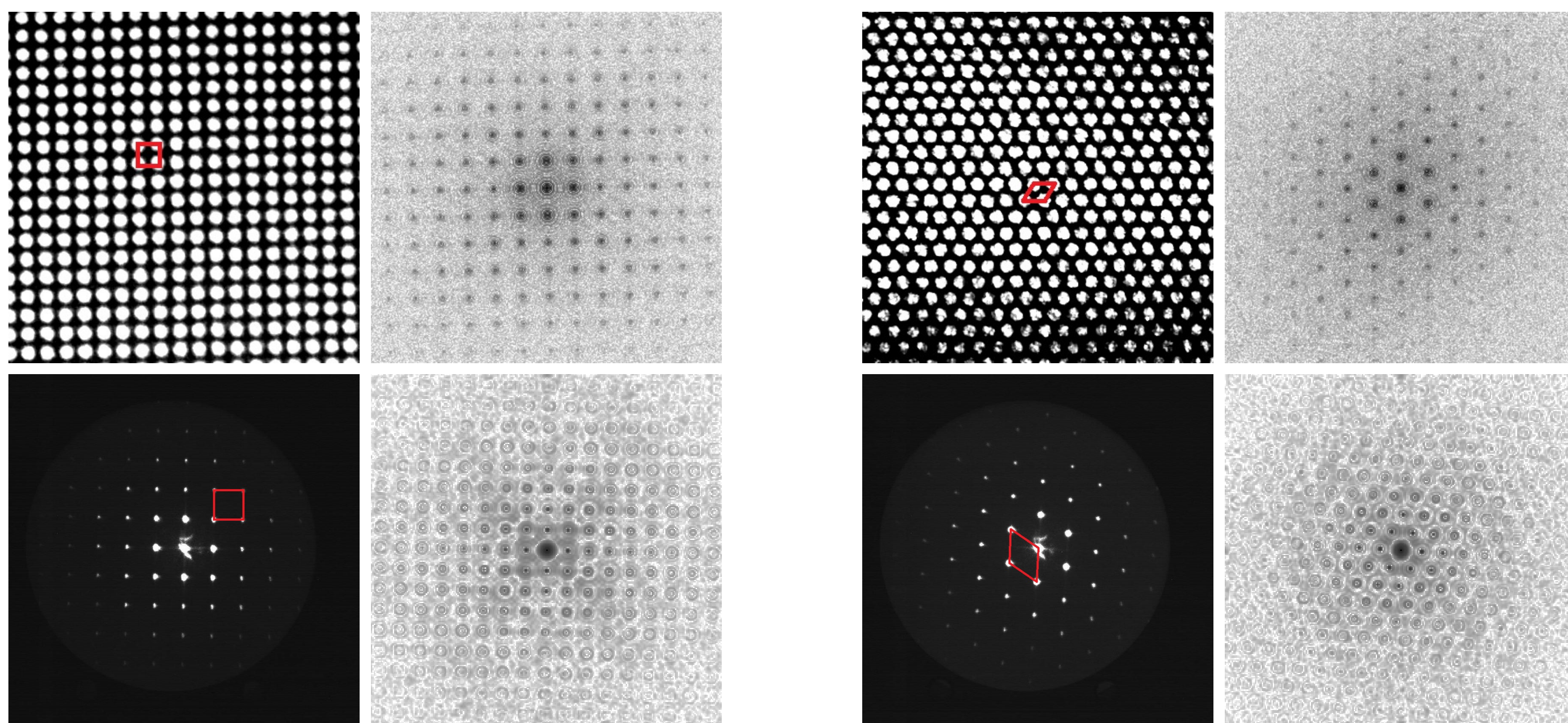
- Widoczne refleksy powstaną w punktach wyznaczonych przez maksima powyższej funkcji, mianowicie dla

$$(k_x, k_y) \cdot \vec{a}_i = 2\pi r, \quad i = 1, 2, \quad r \in \mathbb{Z}. \quad (4)$$

Powyższe równości nazywamy warunkami Lauego. Wektory (k_x, k_y) są wyznaczone przez sieć odwrotną.

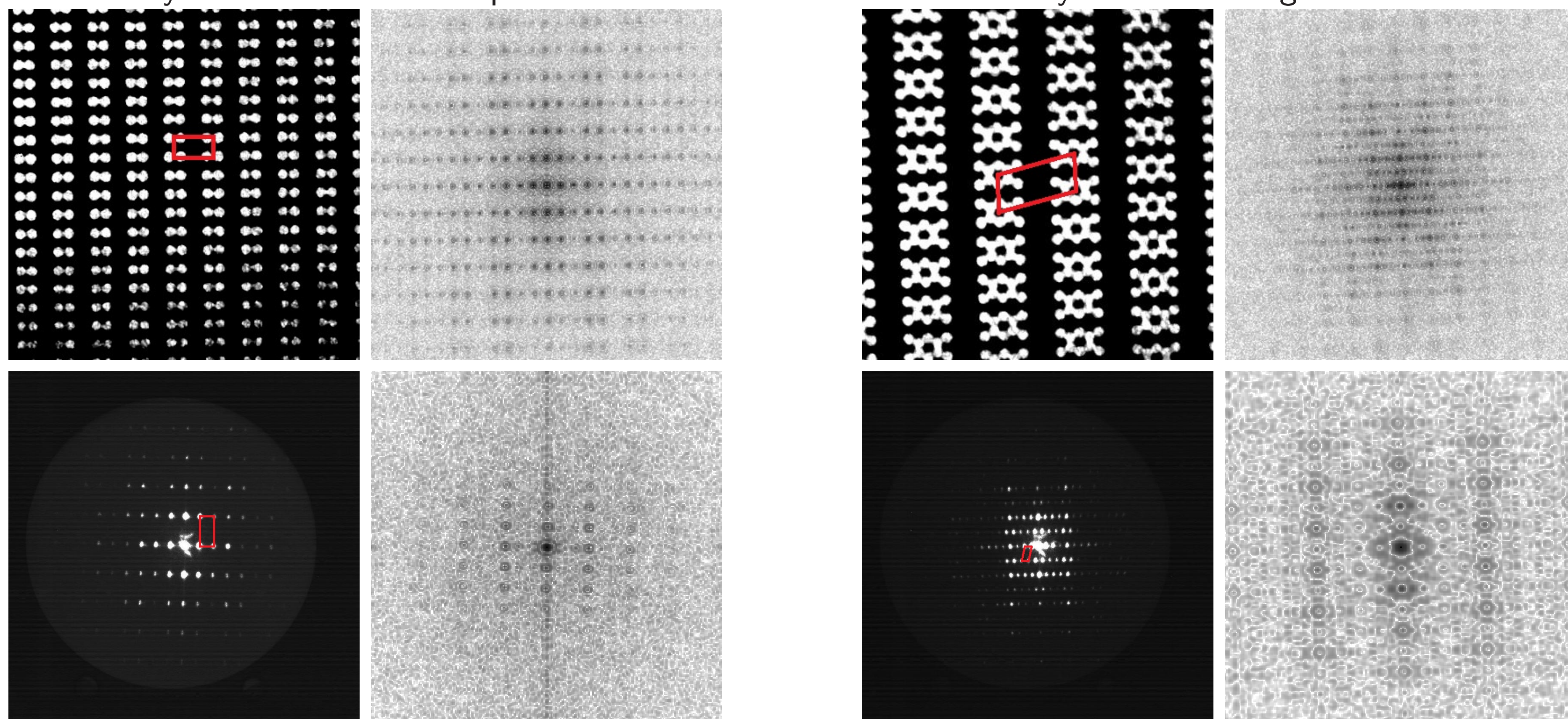
Wyniki

- Poniżej zaprezentowano kolejno: zarejestrowane obrazy rzeczywiste, ich transformaty Fouriera oraz obrazy dyfrakcyjne i ich transformaty. Kolorem czerwonym zaznaczono komórki elementarne.



Rys.1 Sieć kwadratowa prosta.

Rys.2 Sieć heksagonalna.



Rys.3 Sieć prostokątna 2x1.

Rys.4 Sieć centrowana 8x2.

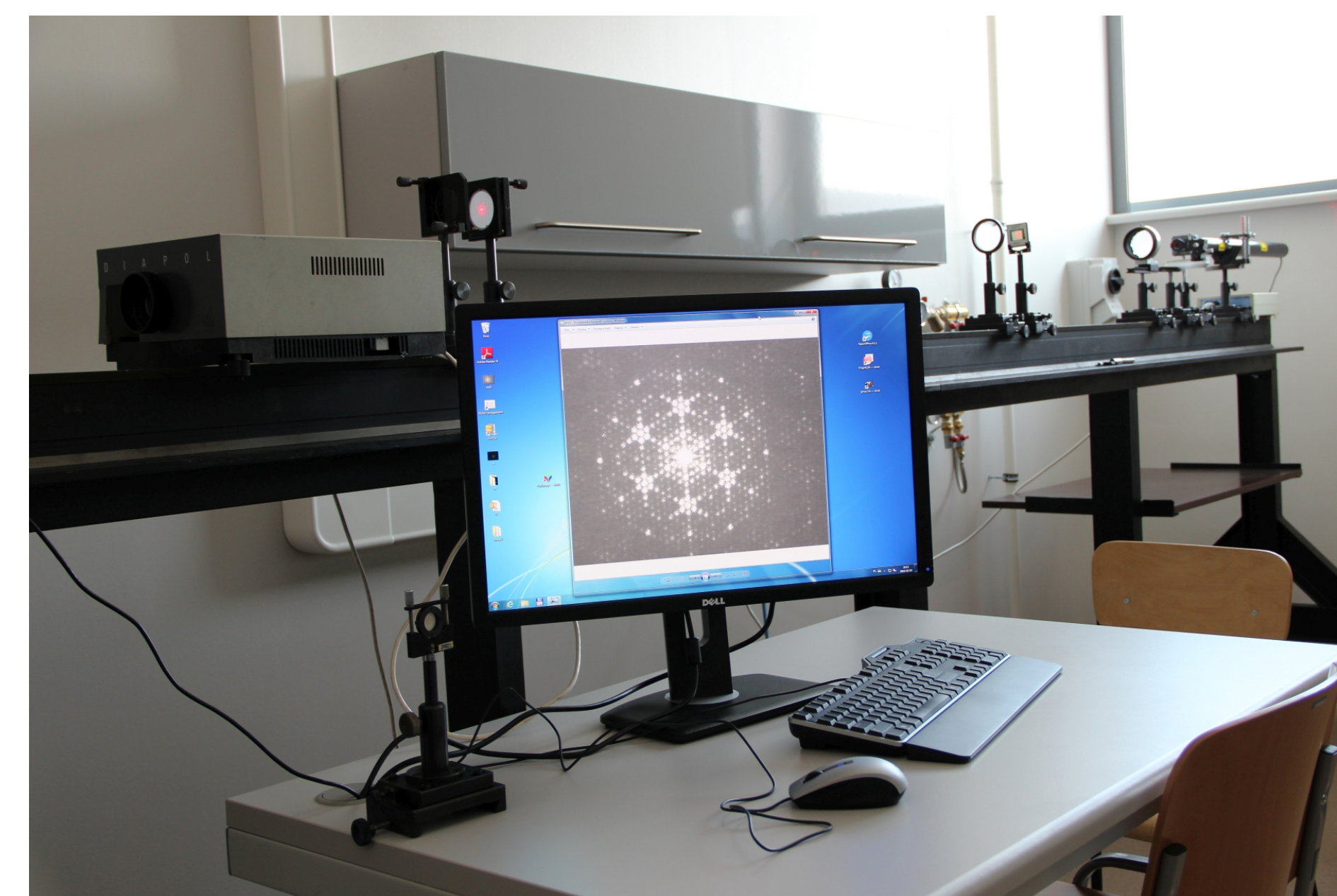
Układ pomiarowy

- Dyfrakcję i interferencję światła przeprowadzono przy użyciu aparatury, schematycznie przedstawionej poniżej.

laser $\longrightarrow$ układ soczewek $\longrightarrow$
model powierzchni $\longrightarrow$ soczewka $\longrightarrow$
ekran $\longrightarrow$ kamera

Powyższe elementy zostały ustawione współosiowo na ławie optycznej. Światło emitowane z lasera helowo-neonowego przy pomocy pinholi i układu odpowiednio wyjustowanych soczewek formowano w zgodną w fazie i równoległą wiązkę. Ta padała na ustawioną poprzecznie siatkę - model powierzchni krystalicznej. Powstający w wyniku zjawiska dyfrakcji obraz rzutowano na ekran. Do rejestracji powstających dyfraktogramów użyto kamery.

- Obrazy rzeczywiste uzyskano poprzez oświetlenie modeli powierzchni (masek), przy użyciu rzutnika przezroczystego.



Zdjęcie zestawu pomiarowego ([1]).

Wnioski

- Zgodnie z przewidywaniami, dla każdego z badanych modeli powierzchni, uzyskiwane obrazy dyfrakcyjne pozostają w zgodności z dwuwymiarowymi transformatami Fouriera obrazów rzeczywistych.
- Rzutując obraz dyfrakcyjny na ekran „traciliśmy informację” o fazie i obserwowaliśmy kwadrat modułu amplitudy $A(k)$ - dlatego wykonując (odwrotną) transformatę Fouriera nie otrzymaliśmy obrazów rzeczywistych. Wszystkie otrzymane dyfraktogramy odpowiadają jednak symetrii badanych modeli powierzchni, co jest w pełni zadowalającym wynikiem. Potwierdza to, że spełnione są warunki Lauego (4).
- Przeprowadzone doświadczenie jest prostym analogiem badań rzeczywistych powierzchni techniką dyfrakcji niskoenergetycznych elektronów.

Odnosiniki

- [1] J.J. Kołodziej, Z. Postawa, *Badanie modeli powierzchni krystalicznych metodami dyfrakcyjnymi* (materiały do ćwiczeń na 2 pracowni fizycznej)
- [2] C. Kittel, *Wstęp do fizyki ciała stałego*, PWN, Warszawa 2011
- [3] N.W. Ashcroft, N.D. Mermin, *Fizyka ciała stałego*, PWN, Warszawa 1986

Do wykonania numerycznych transformat Fouriera wykorzystano program

- [4] Scion Image, mesonpi.cat.cbpf.br/e2002/cursos/NotasAula/ScnImage.pdf

Ćwiczenie wykonano pod kierunkiem
Dr. Szymona Godlewskiego.